MISCELLANEVM GEOMETRICVM

In Quatuor partes Diuisum.

In quarum prima, agitur de mensura, & centro grauitatis quorundam solidorum à Geometria nondùm consideratorum.

In secunda, de centris æquilibrij in basibus, & grauitatis in altitudinibus quamplurium truncorum cylindricorum diagonaliter resectorum.

In tertia, tanguntur quædam circa centra grauitatis superficierum curuarum; assignaturque centrum grauitatis cuiuscunque portionis superficiei sphæricæ.

In quarta verò, assignantur maxima inscriptibilia in infinitis trilineis, & in infinitis conicis ex ipsis reuolutis tam circa axim, quam circa basim.

AVTHORE

F. STEPHANO DE ANGELIS VENETO,

Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.



VENETIIS, MDCLX.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

Illuſtriſſimo atque Excellentiſſimo Equiti

PETRO BASADONNA

Ad Sanctiſſimum D. N.

ALEXANDRVM VII.

P. O. M.

VENETO ORATORI.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS Ord. Ieſuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia Veneta Prouincialis Definitor.

Fauſtiſſimam Perennitatem.

EA erga me, Illuſtriſſime, atque Excellentiſſime Eques, ac Senator, extitere ſemper, hodieque ſunt humaniſſimæ beneficentiæ Tuæ promerita, vt recenſere eadem qui velit, non epiſtolam ille, non librum, ſed bibliothecam penè conficiat neceſſe ſit. Neque vnus ego, qui arcana animi conſcientiæ, grataq; potius memoria quid tot tantiſque beneficijs debeam

tacitus fateor, sed vniuersa Jesuaticæ Religionis Familia de tuo Maximorum Heroum patrocinio, ac splendidissima liberalitate vsque adeò sibimet gratulatur, ac gestit in sinu, vt si mei Parens, eaq; amantissima, vestri certè addictissima, atq; obsequentissima Filia nuncupari ab omnibus meritò possit. Verùm hic statim Jllustrissimam Excellentiam Tuam præferire abscissisimè iubeor; cuius ingens animi moderatio, nulloque illita fuco Virtus propriarum silentium imperat laudum; quin nec satis encomio eam cumulat Hispaniarum Regia, facundissimum Venetæ Reipublicæ Oratorem Petrum Basadonna *excipiens; Brixiana Prætura ferreæ inter regionis viscera aureis eundem exhibens moribus comendatissimum; Venetus Sexuirorum, seu Magnorum Sapientum consessus verè* Petrum, *hoc est, rerum publicarum firmissimum Columen vnicè complexus; Primus à Principe locus prudentissimum efferens Consiliarium; Roma demum aurea, vt olim erat in Berosi ore, Legatum eloquentissimum lingua quamprimum admiratura. At verò* Basadonnæ *in nos cunctos Familiæ beneficentiam, qui omnem vltra extulit metam,* Ioannem *Excellentiæ Tuæ fortunatissimum Patruum inscitissimè iuxta, atq; ingratissimè omitterem, qui difficiliores Dominij Vrbis vigilantissimus Rector, omnia penè Senatus munia quotidianis repetens Purpuris cunctos attigit, quibus sit inhiandum potiores Gloriæ titulos. Nùm porrò infinitam erga Excellentiam Tuam debitorùm meorum enumerationem eximiè concluderint* Illustrissimi & Excellentissimi D. D. Hieronymus, Ioannes, & Antonius *Fratrum tuorum felicissima Trias, qui aureo Fraterni Equitatus ornamento*

Sena-

Senatorias Purpuras sociantes, quatuor veluti domesticæ Gloriæ rotis Adriaticæ Currum felicitatis in triumphum agunt. His omnibus qualiscunq; huiusce opellæ nuncupatione, & mei, & Religionis totius obseruantiam, ac nunquam intermorituram recordationem testatissimam volo; Tuæ autem potissimum Excellentiæ; cui cum multis alijs, tum hoc præcipuè nomine inscribi, dicarique Matheseos opus par erat, vt non nisi Quadratissimi, omniumque disciplinarum callentissimi Herois manibus tereretur. Excipe illud ergo, Eques Excellentissime, qua omnia soles, suauissima fronte: nec dedignare munus, quod si à Mathematicis circulis perfectionem nullam, grati certè animi, obsequijque ab iisdem æternitatem pollicetur. Nimirum benignissima Patrocinij umbra illustratum ab omni ipsum teget discrimine Petrus Basadonna, *qui vt Donorum omnium, ita & libelli huiusce, vt supplex deprecor, erit solidissima Basis. Valeas sublimioribus Purpuris, amœnioribus Musis, Patriæque Serenissimæ meliori Æuo. Iterum Valeas.*

LE-

LECTORI
BENEVOLO.

OBstupesces fortasse Lector, seriem, progressumque nostrarum elucubrationum mente obuoluendo. Breui etenim mensium interuallo tres libellos euulgauimus: nimirum, *De Infinitis Parabolis &c*; *Miscellaneum Hyperbolicum, & Parabolicum*; *Et Miscellaneum præsens*; doctrinas enucleantes, quæ vnico potuissent volumine comprehendi. Ità esse liberè fatemur, ac sic euenisset, si tamen omnia nobis eodem occurrissent tempore. Verùm successiuè nugas hasce geometricas contemplati fuimus; vicibus ergo diuersis tibi ipsas communicauimus. Excipe eas, & forsan, (dummodò rebus geometricis delecteris) non futilem ex eis capies voluptatem.

Sed

Sed amabò leuiter geometria imbutus noli ad illarum lectionem accedere:cuiuſcunque namque indolis extent,lectores res geometricas peroptimè callentes requirunt, non verò qui geometriam vix à limine ſalutarint. Si vtilitatem ſordidam quæris, ab ipſis abſtine: quandoque in rebus geometricis, ac ſublimibus honeſtum, delectabile,& vtile decoroſum fulgent equidem, aſt vtile turpe locum non obtinet. Alia expecta. Vale.

Nol

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo osseruato per fede del P. Inquisitore non essemi nel Libro intitolato Miscellaneum Geometricum del Pad. F. Steffano de Angelis cosa contro la Santa Fede, e parimente per attestato dal Segretario nostro niente contro Prencipi, ò buoni costumi, concedemo licenza, che possi essere stampato, douendo osseruarsi gl'ordini, & esserne presentate due copie per le presente Librarie di Padoa, e di questa Città.

Dat. dal Magist. nostro li 21. Marzo 1660.

Zuanne Donado Ref.
Nicolo Capello Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

Facultas Reuerendissimi Patris Generalis.

Laudetur Iesus Christus.

OPus inscriptum, *Miscellaneum Geometricum.* compositum ab Admodum Reuer. P. Stephano de Angelis Veneto Professo Nostri Ordinis Iesuatorum, ac in Prouincia Veneta Definitore, concedimus Typis demandari, dummodo habeat necessarias licentias, & approbationes, quę de iure sunt necessarię &c. In quorum fidem presentes manu propria subscripsimus, ac proprio Nostri Officij sigillo muniuimus.

Datum Brixię in Nostro Monasterio Corporis Christi, die 26. Ianuarij 1660.

Fr. Antonius Nouellus Gen. Iesuat.

Locus Sigilli.

MI.

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS PRIMA.

IN QVA PRÆCIPVE AGITVR
de mensura, & centro grauitatis quorundam
solidorum à Geometria nondum
consideratorum.

PROPOSITIO PRIMA.

Si quodlibet solidum rotundum circa axim, secetur plano æquidistanter axi, erecto figuræ genitrici solidi. Annulus latus ex reuolutione partis figuræ genitricis, abscissæ à plano secante, nec terminata ad axim, circa axim, erit æqualis sol do rotundo, orto ex dimidia figura, genita à plano secante, reuoluta circa communem sectionem plani secantis, & figuræ genitricis solidi; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

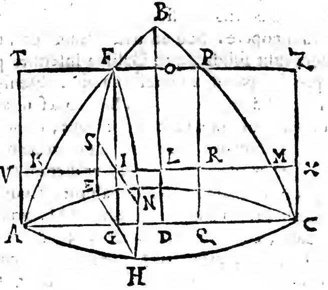
PRæsens propositio desumitur ex Torricellio in appendice de dimensione cochleæ, lem. pri. Esto ergo solidum quodlibet rotundum ABC, circa

axim BD, quod intelligatur ſectum plano EFH, æquidiſtanter axi BD, & erecto ad figuram genetricem ABD; & intelligamus ſemifiguram GFH; rotari circa FG, ac genitum eſſe ſolidum EFH. Dico hoc, æquale eſſe annulo lato, orto ex AFG, reuoluta circa BD; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. In FG, ſumatur arbitrariè, punctum I, per quod & per puncta K, N, M, intelligatur tranſire aliud planum, plano AECH, parallelum. Ergo hoc erit circulus, ac proinde, puncta K, N, M, erunt in ſemicirculi periphæria, cuius diameter eſt kM. Erit ergo quadratum IN, æquale rectangulo KIM. Pariterque, armilla circularis kIM, genita ex reuolutione kI, circa OD, erit æqualis circulo, cuius ſemidiameter IN, nempe circulo facto in ſolido EFH, à plano ſecante. Sed hoc verum erit, vbicunque fuerit acceptum punctum I. Ergo omnes armillæ ſimul ſolidi ex AFG, circa BD, æquales erunt omnibus circulis ſolidi EFH. Ergo ſolidum erit æquale ſolido ipſo. Quod vero oſtenſum eſt de totis ſolidis, patet, eodem modo, verificari de partibus proportionalibus; v. g. de partibus interceptis inter plana kNM, AECH. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

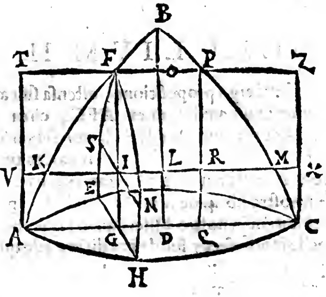
Supradicta propoſitio, in tali vniuerſalitate propoſita,

posita, non videtur probationem recipere posse, nisi incomparabili methodo indiuisibilium. In solidis vero particularibus, etiam infinitis, & quidem infinitis modis diuersificatis, poterit comprobari methodo antiquorum per inscriptionem tuborum cylindricorum in annulo, & cylindrorum in solido. Hæc vtique expertis geometris nimis sunt obuia; quare ad alia transeamus. Sed ante cætera præmittamus



discursum circa Galilei paradoxum, quod habet in postremis dialogis pag. apud nos, 28, vbi nititur probare circuli circumferentiam æqualem fore puncto. De quo paradoxo, verba fecimus & nos in pluribus locis tractatuum illorum, quos euulgauimus; in qui-

bus vestigia Galilei sequentes, ac dumtaxat solida variantes, idem sequi, discurrebamus. At in scholio 2. proposit. 30. Miscellanei nostri hyperbolici, & parabolici, manifestauimus discursum Galilei, & consequenter nostros, haud geometricos fore, sed physicos solummodo. Visum fuit amico nostro de geometria benemerito, nos rigorosè nimis Galileum obiurgasse, adhibendo verba paralogismi, ac erronei discursus, vt loco citato licet intueri. Quare testamur Deum, nunquam nostrum intentum extitisse, Galileum maledictis lacessere, sed illum semper venerari summopere. Sed ad paradoxum redeuntes, innumera sunt solida, quæ Galileo inseruire poterant, pro suo paradoxo confirmando. Etenim, si quodlibet solidum rotundum ABC, præsentis propositionis, in alteram partem deficiens, & ad punctum B, terminans, cuius infinitæ propemodum possunt species reperiri, secetur, vt dictum est, & fiant, quæ supra, paradoxum probabitur. Cum enim probatum sit, armillam circularem kIM, æqualem fore circulo, cuius semidiameter IN, & cum annulus ex AFG, circa BD, desinat in circumferentiam descriptam à puncto F, moto circa BD, & solidum EFH, desinat in F; patebit iuxta Galilei discursum, illam circumferentiam æqualem fore puncto F. Imo, patebit id, quod minimè patuit, nec in Galilei discursu, nec in nostris aliàs habitis. Semper enim vertex solidi, qui ostendebatur æqualis circumferentiæ, erat quid diuersum ab ipsa circum-



circumferentia, nam semper erat centrum ipsius; at in præsenti, F, vertex solidi EFH, videtur idem esse cum F, puncto, à quo describitur circumferentia circa BD, sibi ipsi æqualis. Quare videtur concludendum, vnicum punctum circumferentiæ, æquale fore toti circumferentiæ. Sed quæso non allucinetur lector, quin attentè consideret, physicè loquendo, illa puncta F, diuersissima esse ab inuicem. Nam F, prout est vertex physicus solidi EFH, occupat geometricè corpusculum quodam ipsius, cuius vna medietas vergit in cauam partem annuli, nec circumferentiam à puncto F, circa BD, descriptam, ingreditur. His per transennam veluti,

expli-

explicatis, progrediamur ad finem principaliter intentum.

SCHOLIVM II.

In præsenti ergo propositione, ostensa fuit æqualitas, inter annulum latum ex AFG, circa BD, & inter solidum rotundum EFH, non solum secundum totum, verum etiam secundum partes proportionales. Attentè autem consideranti doctrinam traditam in nostro lib. 4. de Infinitis Parabolis, passimque adhibitam in nostro Miscellaneo Hyperbolico, &c. facile innotescet, solida prædicta, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare etiam palam ei fiet ex proposit. 13. lib. 4. centra grauitatis horum solidorum, eodem pacto secare OD, FG. (supposita OD, æquali FG) Dato ergo centro grauitatis alterius horum solidorum, statim elicietur centrum grauitatis etiam alterius, & hoc semper.

SCHOLIVM III.

Sed non minus est attentè consideranda, ac memoriæ commendanda sequens doctrina. Figuræ AFOD, intelligamus circumscriptum rectangulum TD, sicuti figuræ AFG, sit circumscriptum rectan-

rectangulum T G; intelligamusque hæc rectangula rotari circa O D. Patet manifestè, ex rotatione rectanguli T D, genitum esse cylindrum T C, ex rotatione verò rectanguli T G, generari tubum cylindricum T G Z; si ergo intellexerimus planum LFH, prius ductum, ac secans solidum A B C, extendi hinc inde, vsque dum secet cylindrum, (quod tamen schemate non exprimimus, ad euitandam confusionem) patebit planum secans talem cylindrum, esse parallelogrammum circumscriptum figuræ EFH, ac ex rotatione ipsius dimidij circa F G, genitum esse cylindrum stringentem solidum itidem E F H. Iste cylindrus circumscriptus, vigore præsentis propositionis, æquatur tubo cylindrico T G Z, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Cum ergo etiam annulus latus ex A F G, circa B D, sit æqualis solido rotundo E F H; sequitur, quam proportionem habet tubus cylindricus T G Z, ad annulum ex A F G, circa B D, eandem habere cylindrum stringentem solidum E F H, ad ipsum. Data ergo ratione, vel tubi cylindrici, ad annulum, vel cylindri ad solidum E F H, quæcunque illa sit, quæ detur, statim habebitur alia ratio data.

Ex doctrina ergo præsenti, maiori, qua nobis licuit, diligentia explicata conabimur imposterum colligere mensuram, & centra grauitatis quorundam solidorum, interque erunt nonnulla, de quibus nullus geometra pertractauit. Porrò prius animaduertetur,

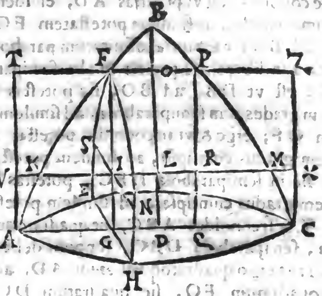
tetur, nos in hoc opusculo, adducturos citationes nostrorum librorum de infinitis parabolis, miscellanei nostri hyperbolici, & parabolici, & operis præsentis. Dum citabimus libros de infinitis parabolis, adducemus tantum propositionem, & librum. V.g. ex propos. 20. lib. pri. Dum citabimus miscellaneum, dicemus ex propositione tali miscellanei. v. g. ex proposit. 20. miscel. Dum denique nominabimus præsens opus, dicemus absolutè ex propositione tali. V.g. ex prop. 20. si erit eiusdem partis, at si erit alterius, hoc etiam exprimemus. V.g. ex prop. 20. pri. part.

PROPOSITIO II.

Si quodlibet conoides parabolicum, cuius exponens sit numerus par, secetur vt in ant. proposit. & annulo illi, sit circumscriptus tubus cylindricus; exponaturque portio parabolæ cuius axis sit æqualis axi conoidis, & cuius exponens, sit subduplus exponentis conoidis, resecta linea axi parallela, quæ sit æqualis axi annuli, cui etiam sit circumscriptum rectangulum. Tubus cylindricus circumscriptus annulo, erit ad ipsum, vt rectangulum circumscriptum portioni, ad ipsam, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

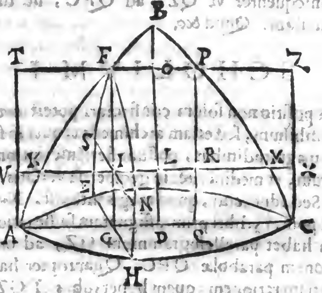
Solidum ergo ABC, antecedentis proposit. sit quodlibet conoides parabolicum, cuius exponens sit numerus par, sitque sectum vt supra; & annulo ex portione AFG, circa BD, sit circumscri-

ptus



ptus tubus cylindricus T G Z. Supponamus etiam D B C, nobis repræſentare aliam ſemiparabolam, cuius numerus exponens ſit ſubduplus exponentis conoidis A B C, quæ ſemiparabola D B C, ſit ſecta linea Q P, parallela axi B D, & æquali O D, axi annuli ex A F G; ſitque ei circumſcriptum rectangulum Q Z. Aſſero, tubum cylindricum T G Z, eſſe ad annulum ex A F G, circa B D, vt rectangulum Q Z, ad portionem Q P C, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Sumatur in O D, arbitrariè punctum L, per quod intelligamus in ſolidis tranſire planum V X, parallelum baſi A E G H, in planis verò L X, paralle-

lam lineæ DC. Quoniam, in parabola ABC, genitrice conoidis, est vt potestas AD, eiusdem gradus cum conoide, ad similem potestatem FO, sic DB, ad BO; ex natura infinitarum parabolarum explicata in lib. pri. & pariter in alia semiparabola DBC, est vt DB, ad BO, sic potestas DC, eiusdem gradus cum semiparabola, ad similem potestatem OP; ergo & vt in conoide, potestas AD, eiusdem gradus cum ipso, ad similem potestatem FO, sic in semiparabola DBC, potestas DC, eiusdem gradus cum ipsa, ad similem potestatem OP. V. g. si conoides ABC, sit quadratoquadraticum, semiparabola DBC, supponi debet quadratica: vt ergo quadratoquadratum AD, ad quadratoquadratum FO, sic quadratum DC, ad quadratum OP. Cum ergo ex hypothesi, exponens conoidis, supponatur duplus exponentis semiparabolæ, congruenti modo submultiplicando terminos, termini vltimi erunt proportionales; nempe erit vt quadratum AD, ad quadratum FO, seu GD, sic DC, linea, ad lineam OP, seu DQ. Ergo & per conuersionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum AGC, ad quadratum AD, vt QC, ad DC. Pariter, non dissimili modo, probabimus, esse quadratum AD, ad quadratum KL, vt DC, ad LM. Quare, cum probatum sit, etiam esse quadratum AD, ad quadratum FO, seu IL, vt DC, ad OP, seu LR; erit etiam & vt quadratum AD, ad differentiam quadratorum KL,



LI (nempe ad rectangulum KIM) sic DC, ad differentiam ipsarum LM, LR (nempe ad RM). Sed etiam probatum est, rectangulum AGC, esse ad quadratum AD, vt QC, ad CD. Ergo ex æquali, erit rectangulum AGC, seu rectangulum VIX, ad rectangulum KIM, vt QC, seu XR, ad RM. Ergo & vt armilla circularis VIX, ad armillam circularem KIM, sic RX, ad RM. Cum verò punctum L, sumptum fuerit arbitrariè, erunt omnes lineæ parallelogrammi QZ, parallelæ QC, ad omnes lineas portionis QPC, itidem parallelas QC, vt omnes armillæ tubi cylindrici TGZ, parallelæ armillæ AGC, ad omnes armillas annuli

ex AFG, circa BD, itidem parallelas AGC. Et conſequenter vt QZ, ad QPC, ſic tubus, ad annulum. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Propoſitio non ſolum confirmari poteſt methodo indiuiſibilium, ſed etiam archimedea; quia in ſupradictis magnitudinibus, poſſunt fieri inſcriptiones figurarum, vt mediocriter in geometria verſatis, patebit. Sed adnotetur, quod magis intereſt. Nempe, in propoſit. 15. libri prim. aſſignatam fuiſſe rationem, quam habet parallelogrammum QZ, ad omnem portionem parabolæ QPC. Quapropter habebimus etiam rationem, quam habet tubus TGZ, ad prædictum annulum. Particulariùs etiam tenebimus, quod, cum ſuppoſito ABC, conoide parabolico quadratico, QPC, ſit triangulum, cuius duplum eſt parallelogrammum QZ; tenebimus etiam, tubum TGZ, ſemper, in illo conoide, duplum fore præfati annuli. Sicuti ergo, cylindrus circumſcriptus toti conoidi ABC, parabolico quadratico, eſt ipſius duplus, vt conſtat ex Archimede in lib. de conoid. & ſphæroid. prop. 24. & vt nos demonſtrauimus pluribus vicibus in noſtris operibus, præſertim propoſit. 15. lib. 2. ſic tubus TGZ, circumſcriptus annulo ex qualibet portione minori AFG, ſeruat talem ordinem, vt ſit illius duplus.

Pariter elicimus, conſequenter ad ſæpe ſæpius

repetita,

repetita, & in lib. 4. & in miſcellaneo, & etiam in propoſit. antec. annulum prædictum, & portionem QPC, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare, OD, PQ, ſecabuntur æqualiter, illa à centro grauitatis annuli, hæc verò à centro æquilibrij portionis, aſſignato in PQ, axi BD, parallela. Cum ergo in propoſ. 15. lib. 3. fuerit aſſignatum centrum æquilibrij in PQ, cuiuslibet portionis minoris cuiuſcunque parabolæ, habebimus etiam centrum grauitatis in OD, prædicti annuli. Particulariùs itidem, cum ſuppoſito ABC, conoide parabolico quadratico, ſit QPC, triangulum, ac proinde, eius centrum æquilibrij ſecet QP, v. g. in R, vt PR, ſit dupla RQ; ſic etiam centrum grauitatis annuli prædicti, ſecabit OD, v. g. in L, vt OL, ſit dupla LD. Cum verò, in eadem proportione ſecetur etiam BD, à centro grauitatis conoidis quadratici ABC, vt oſtenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4. propoſit. 14; ſequitur, conoides parabolicum quadraticum, & omnes ſuos annulos, ſimilem ſeruare tenorem.

SCHOLIVM II.

Sed cum intellecto, vt ſupra, ſolido rotundo EFH, cum ſibi circumſcripto cylindro, ſit hic ad ſolidum, vt tubus TGZ, ad annulum; ſequitur nos habere

ratio-

rationem talis cylindri, ad solidum EFH. Et cum solidum EFH, sit proportionaliter analogum cum annulo; sequitur in FG, nos habere centrum grauitatis solidi EFH. Sed particularius in parabola quadratica habebimus; cylindrum, duplum esse solidi EFH; & FG, sic secari v. g. ab I, centro grauitatis, vt FI, sit dupla IG. Sic autem esse, necesse est; quia EFH, est vera parabola quadratica. Nam, ducta IN, parallela GH, iam probatum fuit, rectangulum AGC, nempe quadratum GH, esse ad rectangulum kLM, nempe ad quadratum IN, vt QC, ad RM, nempe vt QP, ad PR (quia QPC, est triangulum), nempe vt GF, ad FI. Est ergo EFH, vera parabola quadratica ex primi conici proposit. 20. Quare patet, quod secto conoide parabolico quadratico, plano erecto parabolæ genitrici ABC, & æquidistanter axi; semper sectio EFH, erit parabola quadratica.

Sciscitanti autem, an hoc verificetur etiam in alijs conoidibus, nempe, an & ipsis sectis prædicto modo, sectiones sint parabolæ: Respondebitur negatiuè. Quod quidem si experietur, facilè comperiet. Nobis autem sufficiat, eum remittere ad Apollonium pri. coni. propos. 12. vbi ait, quod si conus, qui est primum conoides, secetur prædicto modo, sectio non erit triangulum, sed hyperbola. Benè quidem infra ostendemus, ad pleniorem scientiam; quod si conoides hyperbolicum sic secetur, sectio erit hyperbola. Et pariter, quod si sphæra, & sphæroides di-

cto modo secentur; sectiones erunt, in sphæra quidem circulus, in sphæroide vero ellipsis. Sed ad conoidea parabolica redeamus.

In quibus, non modo ea, quæ dicta sunt, verificantur, sed etiam, quod cum annulus ex A F G, & solidum E F H, sint magnitudines proportionaliter analogæ, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; in conoide parabolico quadratico, traiecto plano V X, parallelo A C; habebimus; & rationem tubi cylindrici V G X, ad portionem annuli, quam includit, & in D L, centrum grauitatis talis portionis annuli. Rationem tubi V G X, ad segmentum annuli, habebimus ex schol. 2. propos. 15. lib. 2. centrum vero grauitatis, habebimus ex schol. proposit. 15. lib. 4. Colligemus enim ex dicto scholio, tale centrum, sic secare I G, vt pars ad I, terminata, sit ad partem terminatam ad G, vt duplum rectangulum A G C, cum rectangulo K I M, ad rectangulum duplum k I M, cum rectangulo A G C.

Imo colligemus ex eodem scholio, tale centrum grauitatis, sic secare mediam tertiam partem I G, vt pars propinquior I, sit ad partem G, proximiorem, vt rectangulum A G C, ad rectangulum k I M.

SCHOLIVM III.

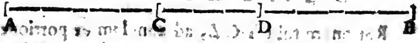
Rationem tubi T G Z, ad annulum ex portione A F G, circa B D, & consequenter cylindri ad solidum E F H, quod includit, possumus habere ex aliis à nobis

à nobis dictis, alio modo, & quidem vniuersaliter in quocunque conoide parabolico. Nam, cùm ex hypothesi, dentur tam A D, quam FO, seu G D, facile etiam patebit, dari rationem rectanguli A G C, ad quadratum A D; nempe armillæ A G C, ad circulum A E C H; nempe tubi T G Z, ad cylindrum T C. Cum verò ex schol. 2. proposit. 15. lib. 2. detur etiam ratio cylindri T C, ad segmentum conoidale A F P C; dabitur etiam ex æquali, ratio tubi T G Z, ad segmentum A F P C. Sed & tubi ad cylindrum F Q. Ergo & tubi ad annulum.

Item ex schol. proposit. 15. lib. 4. facile eliciemus, alio modo, centrum grauitatis annuli prædicti, sed cuius exponens sit numerus par. Nam, ex dicto scholio, habetur centrum frusti conoidalis A F P C. Habetur etiam centrum cylindri F Q. Ratio annuli ad cylindrum F Q, non ignoratur. Ergo habebitur centrum prædicti annuli.

PROPOSITIO III.

Si recta A B, sit secta in punctis C, D. Rectangulum sub composita ex A B, & ex C D, & sub B D, erit excessus rectanguli A B C, supra rectangulum A D C.



NAm rectangulum A B C, diuiditur in rectangulum A B D, & in rectangulum A B, C D.

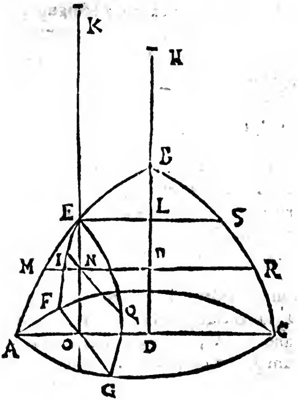
Item

Item rectangulum A B, C D, diuiditur in rectangula A D C, C D B. Ergo excessus rectanguli A B C, supra rectangulum A D C, erunt rectangula A B D, C D B; nempe rectangulum sub composita ex A B, C D, & ex D B. Quod &c.

PROPOSITIO IV.

Si conoides hyperbolicum secetur vt in antecedentibus propositionibus. Sectio semper erit hyperbola, cuius latus transuersum, erit composita ex latere transuerso conoidis, & ex duplo excessu diametri conoidis, supra diametrum sectionis.

Esto conoides hyperbolicum A B C, cuius axis B D, latus transuersum H B, & conoides sit sectum plano F E G, æquidistanter axi B D, & ad hyperbolam genitricem A B C, erecto, sitque huius plani secantis, E O, axis, & sit linea k E, æqualis compositæ ex H B, & ex dupla BL, excessu B D, supra E O. Dico figuram F E G, esse hyperbolam, cuius latus transuersum k E. Ducatur in hyperbola A B C, genitrice conoidis, E L S, parallela AC, & sumpto in E O, arbitrariè puncto N, ducantur M N P R, parallela A D, & N Q, parallela O G. Quoniam ex prim. conic. prop. 21. est quadratum A D, ad quadratum E L, seu O D, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H L B; ergo & per conuersionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum



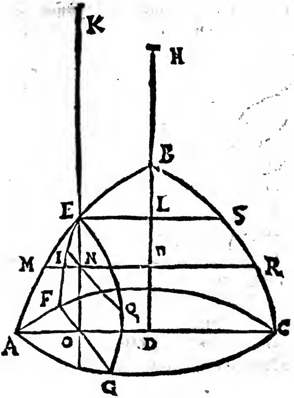
A OC, ad quadratum AD, vt excessus rectanguli HDB, supra rectangulum HLB, ad rectangulum HDB; nempe ex proposit. antec. vt rectangulum sub composita ex HD, & ex BL, & sub LD (nempe rectangulum KOE) ad rectangulum HDB. Rursum, est quadratum AD, ad quadratum MP, vt rectangulum HDB, ad rectangulum HPB: sed erat etiam quadratum AD, ad quadratum EL, seu NP, vt rectangulum HDB, ad rectangulum HLB; ergo

ergo erit idem quadratum A D, ad differentiam quadratorum M P, P N, nempe ad rectangulum MNR, vt rectangulum H D B, ad differentiam rectangulorum, H P B, H L B; nempe ex proposit. anteced. ad rectangulum sub composita ex H P, B L, & sub P L; nempe ad rectangulum k N E. Quare ex æquali, erit rectangulum A O C, nempe quadratum O G, ad rectangulum MNR, nempe ad quadratum N Q, vt rectangulum k O E, ad rectangulum K N E. Sed punctum N, sumptum fuit arbitrariè; ergo F E G, erit vera hyperbola, cuius latus transuersum k E. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Ex figura intelligamus fieri conoides hyperbolicum F E G, & mente concipiamus ipsi circumscriptum esse suum cylindrum, sicuti annulo ex A E O, circa B D, suum tubum cylindricum. Patebit ex supra dictis, tubum ad annulum, & cylindrum ad conoides, habere eandem rationem. Quare ex proposit. 5. 7. & 11. miscell. patebit, tubum cylindricum, esse ad annulum, vt K O, ad dimidiam K E, vna cum tertia parte E O.

Insuper ex superioribus patebit, annulum, & conoides F E G, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Patebit ergo etiam centrum grauitatis annu-



lii in LD. Hoc autem, vel ex propoſit. 13. miſcell. ita diuidet duodecimam partem LD, ordine quartam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt dimidia kE, ad tertiam partem EO, ſeu LD. Vel ex propoſ. 14. eiuſdem miſcell. ita diuidet quartam partem LD, ordine ſecundam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt ſexta pars kE, ad tertiam partem kO. Vel tandem ex propoſit. 44. eiuſdem operis, ità diuidit LD, vt pars terminata

ad

ad L, sit ad reliquam, vt kE, cum subsesquitertia EO, seù LD, ad dimidiam kE, cum quarta parte LD.

SCHOLIVM II.

Sed cum prædictus annulus, & solidum PBG, sint quantitates proportionaliter analogæ, non tantum secundum totum, sed etiam secundum partes proportionales; sequitur, partem annuli ortam v. g. ex rotatione figuræ AMNO, circa BD, esse proportionaliter analogam cum parte solidi ortam ex rotatione ONQG, circa EO. Pars ergo tubi cylindrici circumscripti parti annuli ex figura AMNO, erit ad ipsum, vt cylindrus circumscriptus frusto conoidi ex ONQG, ad ipsum. Ex proposit. ergo 15. miscell. erit prædicta pars tubi cylindrici, ad prædictam partem annuli, vt rectangulum KOE, ad rectangulum kO, EN, vna cum rectangulo sub composita ex dimidia KE, & ex tertia parte ON, & sub tertia parte ON. Item ex proposit. 17. cit. miscell. habebimus in PD, centrum grauitatis frusti annuli ex segmento AMNO, circa BD.

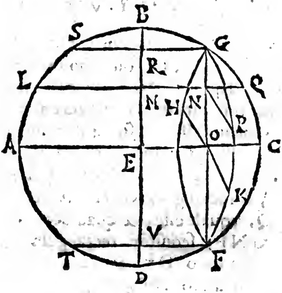
PROPOSITIO V.

Si sphæra, & sphæroides secentur vt in antecedentibus propositionibus. Sectiones erunt vel circulus, vel ellipsis.

Esto

ESto sphæra, & sphæroides, quorum axes B D, figuræ genitrices A B C D, centrum E, & hæc solida sint secta plano H G K F, vt supra. Dico, planum H G K F, esse vel circulum, vel ellipsim. Secetur G F, bifariam in O, & per puncta O, E, ducatur axis coniugata A E O C, à puncto vero O, excitetur in semifigura G k F, linea O k, normalis G F, sumptoque in G F, quolibet puncto N, ducantur L M N Q, N P, parallelæ A C, O k; item per puncta G, F, ducantur S R G, T V F, parallelæ A C. Quoniam ex hypothesi, A B C D, est vel circulus, vel ellipsis, ergo ex prim. conic. propos. 21. erit quadratum E C, ad quadratum R G, seu E O, vt rectangulum D E B, ad rectangulum DRB. Et per conuersionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum A O C, ad quadratum E C, vt quadratum R E, ad rectangulum D E B. Rursum, propter eandem rationem, est & vt quadratum E C, ad quadratum M Q, sic rectangulum D E B, ad rectangulum D M B; & erat vt quadratum E C, ad quadratum R G, seu M N, sic rectangulum D E B, ad rectangulum D R B; ergo erit etiam vt quadratum E C, ad differentiam quadratorum M Q, M N, nempe ad rectangulum L N Q, sic rectangulum DEB, ad differentiam rectangulorum DMB, DRB, nempe ad rectangulum V M R (rectangulum enim D M B, diuiditur in rectangula D M, R B; D M R; & rectangulum D M R, diuiditur in rectangula V M R; & D V, M R, seu B R M; quod cum

BR,



BR, MD, facit BRD). Porrò supra probatum fuit, rectangulum AOC, esse ad quadratum EC, vt quadratum RE, ad rectangulum DRB. Ergò ex æquali, erit vt rectangulum AOC, ad rectangulum LNQ, sic quadratum RE, seu rectangulum REV, ad rectangulum VMR. Sed quadratum Ok, est æquale rectangulo AOC, sicuti quadratum NP, æquatur rectangulo LNQ. Ergo & vt rectangulum VER, seu FOG, ad rectangulum VMR, seu FNG, sic quadratum Ok, ad quadratum NP. Sed punctum N, sumptum fuit arbitrariè; ergo figura HGkF, erit vel circulus, vel ellipsis. Quod &c.

SCHO-

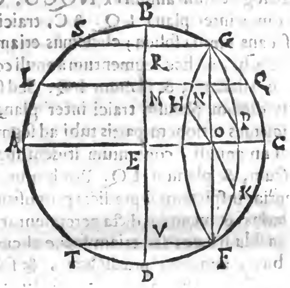
SCHOLIVM I.

Diximus autem, sectionem prædictam esse vel circulum, vel ellipsim, non quasi hoc verificetur indifferenter; sed quia in sphæra quidem, est circulus, in sphæroide vero est ellipsis. Quod enim in sphæra sit circulus, manifestatum fuit à quamplurimis, & quidem facile ostendi potest. Quia cum paruo labore pateat, rectangulum AOC, esse æquale, & quadrato Ok, & rectangulo GOF, pariter rectangulum LNQ, æquale esse, & quadrato NP, & rectangulo GNF; sequitur, rectangulum FOG, esse æquale quadrato Ok, & rectangulum FNG, æquale fore quadrato NP. Idemque ostenderetur de alijs; quare ex Pappo lemmate 2. super prim. conic. HGkF, erit perfectus circulus in sphæra. In sphæroide vero non est circulus, quia licet rectangulum AOC, sit æquale quadrato OK, non tamen est æquale rectangulo FOG. Idem intelligatur de cæteris.

SCHOLIVM II.

Sed vt proprius ad nostrum institutum accedamus, facile ex superioribus adnotabimus, quod si tam segmento sphæræ, vel sphæroidis TASGCF, quam sphæræ vel sphæroidi HGkF, orto ex semifigura GkF, circa GF, reuoluta, intellexerimus

cir-



circumſcriptos cylindros; facile inquam adnotabimus, tubum cylindricum circumſcriptum annulo ex portione G C F, circa B D, reuoluta, eſſe ad ipſum, vt cylindrus ſolido H G k F, circumſcriptus, ad ipſum. Quapropter ex propoſit. 9. lib. 4. poſſumus elicere proportiones variorum ſegmentorum prædicti tubi, ad varia ſegmenta prædicti annuli. In primis enim eliciemus, quod ſi A B C, ſit hemiſphærium, vel hemiſphæroides, ſemper tubus cylindricus circumſcriptus annulo ex O G C, circa B D, erit annuli ſeſquialter. Quod vtique videtur pulcherrimum. Pariter eliciemus rationem partis tubi, ad partem annuli ex N G Q, quam ſtringit. Item rationem correſpondentis portionis tubi, ad annulum ex

D ſeg-

segmento NQF. Item rationem tubi correspondentis, ad segmentum annuli ex NQCO. Quod si intellexerimus inter plana LQ, AC, traici aliud, planum secans omnia solida; eliciemus etiam rationem partis tubi, ad hoc segmentum annuli contenti inter planum ductum, & planum LQ. Sed si intellexerimus dictum planum traici inter plana TF, AC; eliciemus rationem partis tubi ad segmentum intermedium annuli, contentum itidem inter planum ductum, & planum LQ. Pro horum maiori intelligentia, inspiciatur supradicta propositio, quia ex ipsa clarius, & iucundius dicta percipientur.

Sed non solum hæc, sed etiam facile eliciemus ex superioribus, annulum prædictum, & solidum HGkF, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Cum vero in proposit. 20. lib. 4. assignauerimus centra grauitatis variorum segmentorum sphæræ, vel sphæroidis; consequenter habebimus in RV, centra grauitatis omnium supradictorum segmentorum prædicti annuli. Hæc videantur in cit. proposit. solum enim adnotabimus scitu pulcherrimum; nempe, centrum grauitatis annuli ex OGC, semper sic secare RE, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad E, vt 5. ad 3. Quo modo secatur BE, à centro grauitatis hemisphærij, seu hemisphæroidis.

Antequam etiam ad alia transeamus, adnotetur, magni-

magnitudinibus proportionaliter analogis, de quibus actum est varijs in locis, sed præcipuè in schol. 3. prop. 26. & in schol. 2. prop. 45. miscell. addi etiam annulum prædictum.

PROPOSITIO VI.

Si quælibet figura circa diametrum voluatur circa parallelam diametro, ductam vel per extremitatem basis, vel extra basim. Annulus latus ex semifigura exteriori, erit æqualis tribus solidis, quorum duo sint, quæ oriuntur ex reuolutione semifiguræ circa diametrum, aliud ex reuolutione eiusdem vel circa parallelam diametro ductam per extremitatem suæ basis, vel extra; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

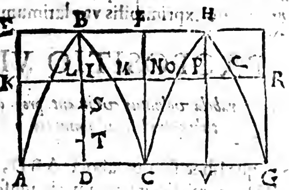
HÆc propositio facile intelligetur ex proposit. 30. miscell. Sit ergo quælibet figura ABC, circa diametrum BD, quæ rotetur vel circa FC, parallelam DB, ductam per punctum C, vt in prim. fig. vel per TS, vt in secundo schemate. Dico annulum latum ortum ex rotatione semifiguræ ABD, (quam vocamus exteriorem, ad differentiam DBC, interiorem nuncupatam) circa FC, æqualem esse tribus solidis, quorum duo sint quæ oriuntur ex reuolutione ABD, circa BD, aliud ex reuolutione DBC, circa CF, vel circa TS, in secundo schemate, & hoc quidem tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Patet,

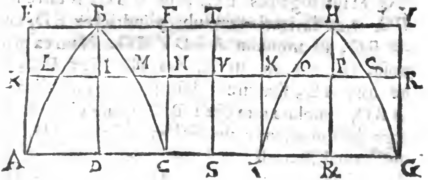
quia ex citata proposit. 30. totum solidum ortum ex rotatione totius figuræ ABC, circa FC, vel circa TS, æquatur quatuor solidis prædicto modo, nempe duobus ex ABD, circa BD, & duobus ex DBC, circa CF. Cum ergo solidum ex ABC, non superaddat solido ex ABD, circa FC, vel TS, nisi vnicum solidum ex DBC, circa CF, vel TS; patet solidum ex ABD, circa FC, vel TS, æquale esse tribus alijs; & hoc quidem tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, vt etiam magis patebit legenti modum in citata proposit. 30. miscel. à nobis obseruatum. Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Facile ergo ad modum tot vicibus inculcatæ doctrinæ patebit, annulum ex ABD, prædicto modo reuoluta, & tria prædicta solida, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare si habebimus rationem trium cylindrorum circumscriptorum ad tria dicta solida, habebimus etiam rationem tubi cylindrici circumscripti prædicto annulo ad ipsum. Pariter si habebimus centrum grauitatis trium solidorum simul, habebimus etiam centrum grauitatis prædicti annuli. Ex hac doctrina, vt patebit imposterum, varia possumus elicere, tam circa mensuram,

quam





quam circa centra grauitatis aliquot solidorum, & etiam illorum, de quibus nunquam geometria loquuta est. Sed quia reuoluta figura circa TS, vt in secunda figura, varia potest esse distantia CS, ac proinde varia in infinitum ratio trium cylindrorum ad tria solida, quia varia, ac varia in infinitum potest esse ratio cylindri B℞, ad annulum ex DBC, circa TS, ideo deinceps non agemus de tali reuolutione figuræ, sed tantum de reuolutione figuræ circa FC,

in pri-

in primo schemate, vbi proportio data erit determinata, & numero exprimibilis vt plurimum.

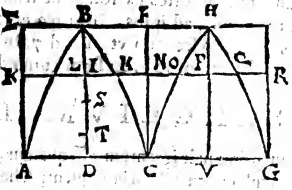
PROPOSITIO VII.

Si qualibet parabola voluatur vt in ant. prop. dabitur ratio tubi cylindrici ad annulum.

ESto quælibet semiparabola ABD, cuius axis BD, parallelogrammum circumscriptum sit EC, & intelligamus EC, cum ABC, rotari circa FC. Dico dari rationem tubi cylindrici ex ED, circa FC, ad annulum ABDVHG. Nam ex proposit. 15. lib. 2. dantur rationes cylindri ex ED, siue circa BD, siue circa EA, reuoluti, ad solida ex ABD, reuoluta tam circa BD, quam circa EA; ergo dabitur etiam ratio tripli cylindri ex ED, reuoluto vt dictum est, ad duo solida ex ABD, circa BD, simul cum vno ex ABD, circa EA. Sed ex proposit. anteced. tubus cylindricus ex ED, circa FC, æquatur illis tribus cylindris, & annulus ABDVHG, æquatur illis tribus solidis. Ergo etiam dabitur ratio tubi ad annulum prædictum. Quare &c.

SCHOLIVM I.

Porrò ratio hæc poteſt etiam numero exprimi, quamuis in tali progreſſione non contineatur vlla pul-



pulchra series. In prima enim parabola, nempe in triangulo, cylindrus ex ED, triplus est coni ex ABD; ergo erit ad duplum conum vt 3, ad 2. Et pariter, ad annulum ex ABD, circa EA, est vt 3, ad 2. Ergo ad tria solida simul, vt 3, ad 4. Et triplus cylindrus, vt 9. ad 4. Erit ergo tubus ad primum annulum ABDVHG, vt 9, ad 4. Pariter in parabola quadratica, cylindrus ex ED, est ad conoides ex ABD, circa BD, vt 4, ad 2, nempe vt 6, ad 3; & ad duo conoidea vt 6, ad 6; est verò etiam ad annulum ex ABD. circa EA, vt 6, ad 5. Ergo ad tria solida simul, vt 6, ad 11. Ergo triplus cylindrus vt 18. ad 11. Ergo erit tubus ad secundum annulum ABDVHG, vt 18, ad 11. In parabola cubica, erit vt 30, ad 21, seu vt 10, ad 7. Et sic discurrendo, assignabimus rationes aliorum tuborum, ad alios annulos.

Habebimus ergo etiam pèr conuersionem rationis, rationes tuborum cylindricorum ex ED, circa

FC,

FC, ad annulos ortos ex rotatione trilineorum AEB, circa FC, ad ipsos. In primo ergo annulo erit vt 9, ad 5. In secundo vt 18, ad 7. In tertio vt 30, ad 9, seu vt 10, ad 3. Et sic discurrendo.

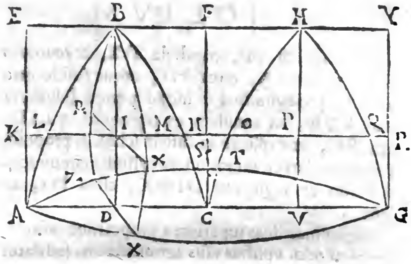
SCHOLIVM II.

Sed vt principale intentum assequamur, intelligamus annulum prædictum in sequenti schemate secari semifigura DBX, erecta ad figuram genitricem ABD, ac ex reuolutione DBX, circa BD, genitum esse solidum rotundum ZBX, & pariter ipsi intelligamus circumscriptum cylindrum: habebimus rationes cylindrorum talium circumscriptorum, ad infinita solida rotunda ZBX. In primo ergo annulo, erit cylindrus ad primum solidum, quod vtique ex prim. conic. erit conoides hyperbolicum, vt 9, ad 4. In secundo, vt 18, ad 11. & sic ratiocinando vt supra. Ex quibus patebunt etiam per conuersionem rationis, rationes cylindrorum ad excessus ipsorum supra prædicta solida.

PROPOSITIO VIII.

Si solida antec. propos. secentur plano basi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici ad segmentum annuli ad basim, quod comprehendit.

Solida antec. proposit. secentur plano KR, plano AZGX, parallelo. Dico dari rationem tubi



tubi cylindrici kDR, ad partem annuli ex segmento ALID, circa FC. Nam ex schol. 2. proposit. 15. lib. 2. & ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. datur ratio cylindri ex KD, circa ID, ad solidum ex ALID, circa ID: quare & talis cylindri ad duo talia solida. Sed ex eodem schol. 2. citat. proposit. 11. lib. 3. datur etiam ratio talis cylindri ad solidum ex ALID, circa kA; ergo dabitur ratio illius cylindri ex kD, ad tria solida. Quare & ratio tripli cylindri ex kD, circa ID, vel kA, ad tria illa solida ex ALID, nempe ad duo circa ID, & ad vnum circa kA. Ergo ex proposit. 6. dabitur etiam ratio tubi cylindrici kDR, ad annulum ex segmento ALID, circa FD. Quod &c.

E SCHO-

SCHOLIVM.

Sed cum ducta I✳, parallela DX, & reuoluto segmento DI✳X, circa ID, atque solido orto circumscripto cylindro, sit hic ad ipsum solidum, vt tubus kDR, ad annulum ex segmento ALID, circa FC, vt explicatum fuit in schol. 3. proposit. 1; sequitur dari etiam rationem cylindri circumscripti solido ex segmento DI✳X, circa ID, ad ipsum.

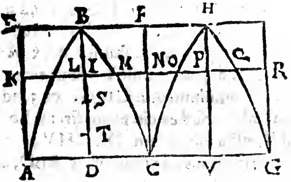
Probauimus duas superiores propositiones supradicta methodo, vt illius vsus agnosceretur, sed datur alia via facilior, & simplicior ostendendi has, & similes; quapropter sit.

PROPOSITIO IX.

Propositiones septima, & octaua aliter probantur.

SInt in primis eadem data, quæ in proposit. 7. Dico dari rationem tubi cylindrici ex ED, circa FC, ad annulum ABDVHG. Nam ex coroll. prim. proposit. 11. lib. 2. habemus rationem cylindri EG, ad annulum totum ABCHG. Pariter ex proposit. 15. eiusdem lib. 2. habemus rationem cylindri BV, ad annulum DBCHV. Ergo etiam habebimus rationem tubi ex ED, circa FC, ad annulum ex ABD, circa FC.

Sed



Sed datis ijſdem, quæ in 8. propoſit. colligemus eadem, quæ ibidem. Nam ex coroll. 11. cit. propoſit. 11. lib. 2. datur ratio cylindri KG, ad ſegmentum annulare ALMCOQG. Pariter ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. datur ratio cylindri IV, ad ſegmentum annulare DIMCOPV. Quare dabitur etiam ratio tubi kDR, ad annulum ALID VPQG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Quæ autem collecta fuerunt in numeris in ſchol. prim. propoſit. 7. poſſunt etiam colligi in præſenti ex hoc modo argumentandi. V. g. in primo annulo ABCHG, nempe in illo, qui oritur ex reuolutione primæ parabolæ, hoc eſt trianguli, cylindrus EG, quia eſt ad annulum ABCHG, vt parallelogrammum EC, ad triangulum ABC, erit ad

 ipſum

ipsum vt 2. ad 1, nempe vt 12, ad 6. Sed cylindrus BV, quarta pars cylindri EG, est ad annulum DBCHV, vt 3. ad 2. Ergo reliquus tubus ex ED, circa FC, erit ad reliquum annulum ex ABD, circa FC, vt 9. ad 4. In parabola quadratica, cylindrus EG, est ad annulum ABCHG, vt 3. ad 2. nempe vt 24, ad 16. Sed ex cit. proposit. 15. lib. 2. cylindrus BV, est ad annulum DBCHV, vt 6, ad 5. Ergo reliquus tubus ad annulum ex ABD, circa FC, vt 18. ad 11. Et sic procedemus in alijs.

PROPOSITIO X.

Si quælibet semiparabola, cuius exponens sit numerus par, reuoluatur vt dictum est in prop. 7. habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.

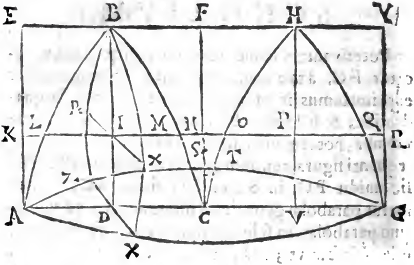
PArabola ABC, cuius exponens sit numerus par, voluatur circa FC. Dico in FC, dari centrum grauitatis annuli ex ABD, circa FC. Nam ex schol. proposit. 29. miscell. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Ex proposit. 33. miscell habemus in FC, centrum grauitatis annuli DBCHV. Ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. habemus rationem annuli exterioris ABD VHG, ad annulum interiorem DBCHV (Sic enim appellabimus deinceps hos annulos.) Ergo habebimus etiam in FC, centrum grauitatis annuli exterioris. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Poterit autem numero exprimi, in qua ratione secetur FC, à tali centro grauitatis. Nos autem hoc exprimebimus in tali annulo ex semiparabola quadratica; & si lector obseruauerit methodum, qua vtemur, poterit etiam numero exprimere in alijs. In sequenti figura, centrum grauitatis annuli ABCHG, sic diuidit FC, in S, vt FS, sit ad SC, vt numerus parabolæ genitricis vnitate auctus, ad numerum parabolæ, ex schol. proposit. 29. miscell. nempe erit ad ipsam vt 3. ad 2. seu vt 15. ad 10. Pariter ex schol. proposit. 34. eiusdem miscel. centrum grauitatis annuli interioris DBCHV, sic diuidit FC, in N, vt FN, sit ad NC, vt 14, ad 11. Ergo qualium tota FC, est 25, talium FS, est 15, FN, 14; & NT, 1. Ergo qualium NS, est 11, talium FC, erit 275; & FS, 165. Quoniam vero, vt colligitur ex corollario 3. proposit. 4. lib. 3. annulus latus exterior ABDVHG, est ad annulum interiorem DBCHV, vt 11, ad 5 & si fiat vt annulus exterior ad annulum interiorem, sic reciprocè NS, ad ST, sit T, centrum grauitatis annuli exterioris ABDVHG; sequitur, quod qualium NS, est 11, talium ST, sit 5. Sed talium FS, erat 165; ergo talium FT, erit 170. Sed talium tota FC, 275. Ergo reliqua TC, 105. T, ergo centrum grauitatis dicti annuli exterioris parabolici quadratici, sic secabit

FC,



FC, in T, vt FT, ſit ad TC, vt 170, ad 105, nempe vt 34, ad 21. In alijs diſcurretur eodem modo.

Sed quod magis intereſt, cum intellecto ſolido rotundo ZBX, genito modo ſupra explicato, ſit hoc proportionaliter analogum & in magnitudine, & in grauitate cum annulo exteriori, ſequitur etiam nos habere in BD, centrum grauitatis talis ſolidi, non quidem cuiuſcumque, ſed tantum eæ parabolæ, cuius exponens ſit numerus par. Et in ſolido parabolæ quadraticæ ſic ſecabit BD, v. g. in I, vt BI, ſit ad ID, vt 34, ad 21.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Si quilibet annulus antecedentis proposit. secetur plano basi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis segmenti annularis ad basim.

SEd solida antecedentis proposit. secentur plano kR, basi AG, parallelo. Dico in NC, nos habere centrum grauitatis segmenti annularis ex ALID, circa NC. Nam ex schol. proposit. 29. miscel. habemus in NC, centrum grauitatis totius segmenti annularis ALMCOQG. Item ex proposit. 35. eiusdem miscel habemus in eadem NC, centrum grauitatis segmenti annularis interioris DIMCOPV. Necnon habemus ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. rationem, quam habet segmentum annulare exterius ALIDVPQG, ad segmentum annulare interius DIMCOPV. Quare eiusdem segmenti exterioris non ignorabitur centrum grauitatis in NC.

SCHOLIVM.

Sed cum solidum rotundum ex DI✱X, circa ID, sit proportionaliter analogum in grauitate cum prædicto segmento annulari exteriori, nequaquam ignorabimus in ID, centrum grauitatis talis frusti solidi.

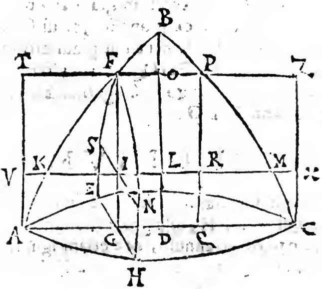
PRO-

PROPOSITIO XII.

Si quilibet semifusus parabolicus ortus ex semiparabola, quæ habeat axim, secetur vt solida antecedentium propositionum. Dabitur ratio tubi cylindrici, ad annulum, vt explicatum est.

ESto quilibet semifusus parabolicus ABC, ortus ex rotatione semiparabolæ cuiuscunque cuius axis AD, circa basim BD, qui sit sectus semifigura GFH, æquidistanter basi BD, & ad figuram genitricem erecta; annulo vero ex semiparabola ad verticem, AFG, circa OD, sit circumscriptus tubus cylindricus TGZ. Dico, dari rationem talis tubi, ad illum annulum. Nam, cum ex hypothesi, dentur AG, AD, GC, GD, dabitur etiam ratio rectanguli AGC, ad quadratum AD; nempe ratio armillæ circularis ex AG, circa BD, ad circulum AECH; nempe ratio tubi cylindrici TGZ, ad cylindrum TC. Item, cum detur ex schol. 3. proposit. 15. lib. 3. ratio cylindri TC, ad totum segmentum fusi AFPC, & facile possit probari ex hypothesi, dari rationem eiusdem cylindri TC, ad cylindrum FQ; dabitur etiam ratio cylindri TC, ad annulum AFGQPC. Quare ex æquali, dabitur ratio tubi cylindrici TGZ, ad annulum prædictum. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Cum ergo, genito ſolido EFH, ex reuolutione GFH, circa FG, atque ei circumſcripto cylindro, ſit hic ad ſolidum, vt tubus ad annulum; dabitur etiam ratio prædicti cylindri, ad annulum.

PROPOSITIO XIII.

Datis iiſdem, quæ in antec. propoſit. datur in baſi ſemiparabolæ genitricis, centrum grauitatis illius annuli.

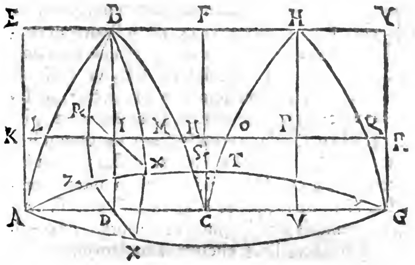
F Nam,

NAm, datur in OD, segmento basi semiparabolæ ABD, centrum grauitatis totius segmenti fusi AFPC, ex proposit. 37. miscell. Item datur in eadem OD, centrum grauitatis cylindri FQ. Ratio annuli AFGQPC, ad cylindrum eundem FQ, datur. Ergo nec ignorabitur centrum grauitatis annuli in OD.

SCHOLIVM.

Sed cum ad instar superiorum discurrendo, constet, solidum EFH, esse proportionaliter annalogum cum prædicto annulo; nec etiam ignorabimus in FG, centrum grauitatis solidi EFH.

Sed duabus propositionibus antecedentibus addendum est, quod si planum GFH, sit taliter ductum, vt bisecet AD, in G, dabitur in numeris ratio tubi cylindrici TGZ, ad annulum prædictum: & pariter in numeris dabitur ratio, in qua OD, secetur à centro grauitatis annuli. Nam, quoniam AG, GD, sunt æquales, si intelligamus semiparabolam AFG, duplicari ad partes FG, attinget punctum D. Sit ergo vt in sequenti figura, in qua semiparabola quæcunque ABD, cuius basis BD, sit duplicata ad partes BD, vt sit ABC, figura constans ex duabus semiparabolis; hæc cum parallelogrammo EC, sibi circumscripto, roteтur circa FC. Sequenti modo in parabola quadratica, quem lector in alijs [illegible] rationem EDY,



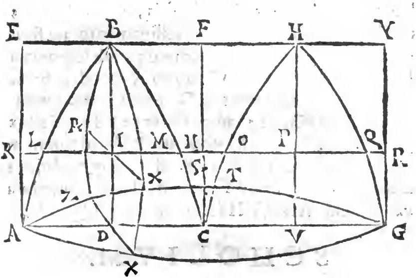
ad annulum ABDVHG. Quoniam EG, cylindrus, eſt ad totum annulum ABCHG, ex corol. 2. propoſit. 11. lib. 2. vt 3. ad 2. nempe vt 60. ad 40. & ex ſchol. 2. propoſit. 14. eiuſdem lib. eſt cylindrus BV, ad annulum interiorem DBCHV vt 5, ad 4, nempe vt 15, ad 12. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 45, ad 28. In parabola cubica inueniet eſſe vt 21, ad 15, ſeu 7, ad 5. In quadrato-quadratica, vt 135, ad 104. Et ſic diſcurrendo. In prædictis ergo etiam rationibus, erit cylindrus circumſcriptus ſolido ZBX, ad ipſum.

Centrum vero grauitatis ſic inuenietur in parabola quadratica. Sit S, centrum grauitatis totius annuli ABCHG; ergo ex ſchol. propoſit. 29, miſcel.

 ſic

sic secabit FC, vt FS, sit ad SC, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum, nempe vt 5. ad 3. nempe vt 15, ad 9. Pariter ex proposit. 18. lib. 4, si N, sit centrum grauitatis annuli interioris DBCHV, sic secabit FC, vt FN, sit ad NC, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum, nempe vt 7, ad 5, seu vt 14. ad 10. Qualium ergo FC, erit 24, talium FS, erit 15; FN. 14; & NS; vnitas. Si fiat vt annulus exterior ABDVHG, ad annulum interiorem DBCHV, sic reciprocè NS, ad ST, erit T, centrum grauitatis prædicti annuli exterioris. Ex corol. prim. proposit. 4. lib. 3. elicitur, annulum prædictum exteriorem, esse ad annulum interiorem vt 7, ad 3; ergo qualium NS, est 7. talium ST, erit 3. Sed qualium NS, erat vnitas, talium FC, erat 24, & FS, 15. ergo si omnia multiplicentur per 7, qualium NS, erit 7, & ST, 3, talium FC, erit 168; & FS, 105. Ergo talium FT, erit 108, & reliqua TC, 60. Ergo T, centrum grauitatis prædicti annuli exterioris, sic diuidit FC, in T, vt FT, sit ad TC, vt 108, ad 60; nempe vt 9, ad 5. Sic ergo inueniemus centra grauitatis in FC, talium annulorum exteriorum; cum quibus, existentibus proportionaliter analogis solidis ZBX, etiam ipsorum centra grauitatis secabunt BD, in eadem ratione.

PRO-



PROPOSITIO XIV.

Si semicyclois primaria cum sibi circumscripto parallelogrammo voluatur circa parallelam basi ab ipsa distantem secundum quantitatem axis eiusdem. Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit ad annulum ex semicycloide, vt 24, ad 17.

ESto semicyclois primaria A B D, cum sibi circumscripto parallelogrammo E D, quæ voluantur circa F C, parallelam B D, basi semicycloidis, sicque ab ipsa diſſitam, vt A D, axis, & D C, sint æquales. Dico tubum cylindricum E D Y, esse ad annulum A B D V H G, vt 24, ad 17. Nam intelliga-

telligamus ABC, esse figuram constantem ex duabus semicycloidibus sic dispositis, vt BD, bases euadant communis axis; & intelligamus totam figuram ABC, cum sibi circumscripto parallelogrammo EC, circumagi circa FC. Ergo ex coroll. 4. prop. 11, lib. 2. cylindrus totus EG, erit ad totum annulum ABCHG, vt 4, ad 3, seu vt 32. ad 24. Sed ex proposit. 28, lib. 3. est cylindrus BV, ad annulum interiorem DBCHV, vt 8. ad 7. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 24. ad 17. Quod &c.

SCHOLIVM.

Si ergo annulus ABCHG, secetur semifigura DBX, transeunte per DB, & ad figuram genitricem erecta, quę rotetur circa DB. Cylindrus circumscriptus solido ZBX, erit ad ipsum vt 24. ad 17.

PROPOSITIO XV.

Si quilibet ex infinitis conicis circa diametrum, secetur ad modum conoideorum parabolicorum secun. proposit. plano æquidistanter diametro, & ad figuram genitricem erecto, & annulo illi sit circumscriptus tubus cylindricus; exponaturque portio trilinei parabolici quadratici, cuius diameter æqualis diametro conici, & cuius exponens sit duplus exponentis conici, & portio hæc sit resecta à toto trilineo li- [illegible] *& æquali diametro annuli, cui*

etiam portioni sit circumscriptum parallelogrammum. Tubus cylindricus circumscriptus annulo, erit ad ipsum, vt rectangulum circumscriptum portioni, ad ipsam, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

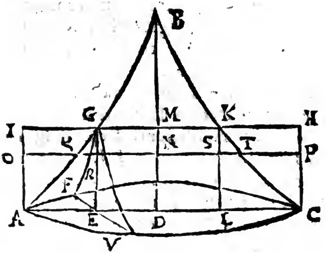
QVid intelligamus per infinitos conicos parabolicos circa diametrum, explicauimus defin. 5. lib. 2. Esto igitur conicus quilibet parabolicus ABC, cuius diameter BD, & sit sectus semifigura EGV, æquidistanter diametro BD, & ad ABD, figuram genitricem conici erecta; annulo vero orto ex reuolutione segmenti AGE, circa BD, intelligamus circumscriptum tubum cylindricum IEH: supponamus pariter DBC, nobis repræsentare etiam trilineum, cuius diameter sit DB, & cuius exponens sit duplus exponentis conici, quod sit sectum kL, parallela BD, & æquali MD, diametro annuli ex AGE; portioni verò LkC, intelligamus circumscriptum parallelogrammum LH. Dico tubum cylindricum IEH, esse ad annulum ex AGE, circa BD, vt parallelogrammum LH, ad portionem trilinei LkC, & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Accipiatur in MD, arbitrariè punctum N, per quod in solidis transeat planum ONP, secans ipsa vt in schemate, parallelum AFCV, in trilineo vero DBC, & in parallelogrammo ducatur NP, parallela DC. Quoniam ex natura infinitorum trilineorum explicata initio prim. lib. est in conico, AD, ad GM, ut potestas

stas D B, eiusdem gradus conici, ad similem potestatem B M; ergo & vt quadratum A D, ad quadratum G M, sic potestas D B, duplicata potestatis conici, ad similem potestatem B M. Sed quoniam trilineum D B C, supponitur gradus duplicati potestatis conici, est in ipso D C, ad M k, vt dicta potestas D B, ad dictam potestatem B M. Ergo & vt quadratum A D, in conico, ad quadratum G M, seu E D, sic in trilineo, D C, ad M K, seu D L. Ergo per conuersionem rationis, & conuertendo, vt in conico, rectangulum A E C, ad quadratum A D, sic in trilineo, L C, ad D C. Eodem modo probabitur, esse quadratum A D, ad quadratum Q N, vt D C, ad N T, & quadratum A D, ad rectangulum Q R T, vt D C, ad S T. Ergo ex æquali, erit rectangulum A E C, nempe rectangulum O R P, ad rectangulum Q R T, nempe armilla circularis ex O R, circa B D, ad armillam circularem ex Q R, circa B D, vt L C, seu S P, ad S T. Sed punctum N, sumptum fuit arbitrariè; ergo vt vnum ad vnum, sic omnia ad omnia. Ergo & vt omnes armillæ circulares basibus parallelæ tubi cylindrici I E H, ad omnes armillas circulares, itidem basi parallelas, annuli ex A G E, circa B D, sic omnes lineæ parallelogrammi L H, parallelæ L C, ad omnes lineas portionis L k C, parallelas L C; nempe vt tubus cylindricus, ad annulum, sic parallelogrammum ad portionem. Quod vero probatum fuit de totis, expertus geometra agnoscet, probari posse pari pas-

ri paſ-

ri passu de partibus proportionalibus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.



Præsens propositio etiam potest probari modo Archimedeo, vt clare patet. Sed adnotetur, quod cum fuerit in coroll. proposit. 15. lib. prim. assignata ratio parallelogrammi LH, ad portionem LkC, cuiuscunque trilinei parabolici, consequenter habebimus rationem tubi cylindrici IEH, ad annulum ex AGE, in quocunque conico parabolico, circa BD. Pariter cum facile ad modum superiorum innotescat, annulum ex AGE, & portionem LkC,

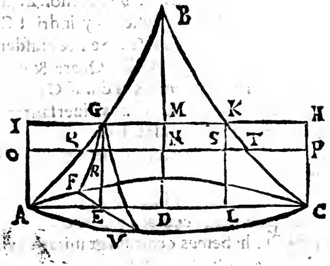
G esse

esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; patebit etiam, eodem pacto secari KL, à centro æquilibrij segmenti LKC, ac MD, à centro grauitatis prædicti annuli. Sed cum ex dictis aliquando à nobis, vt statim patebit, habeamus faciliter centra æquilibrij in kL, cuiuscunque segmenti LkC; habebimus etiam faciliter in MD, centrum grauitatis omnium prædictorum annulorum.

Quod vero teneamus centra æquilibrij in kL, omnium segmentorum LkC, trilineorum parabolicorum, sic fiet manifestum. Ex proposit. 14. lib. 3. habemus in basi HC, seu in KL, centrum æquilibrij minoris portionis KHC, parabolæ. Item in eadem KL, tenemus centrum æquilibrij parallelogrammi LH. Ratio autem portionis kHC, ad segmentum LkC, facile elicietur ex proposit. 15. lib. 1. Quare nec ignorabitur in kL, centrum æquilibrij segmenti LkC.

SCHOLIVM II.

Nunc, supponamus ex semifigura EGV, circumacta circa GE, genitum solidum FGV, ipsique circumscriptum esse cylindrum. Cum hic sit ad ipsum, ex sæpe sæpius repetitis, vt tubus cylindricus IEH, ad annulum ex AGE, circa MD, habebimus etiam rationem prædicti cylindri, ad omnia prædicta



dicta solida FGV. Item habebimus in GE, centra grauitatis omnium prædictorum solidorum FGV.

SCHOLIVM III.

Sed rationem tubi IEH, ad annulum AGELkC, possumus alio modo, ex aliàs à nobis prolatis, aliter indagare. Nam ex hypothesi, cum dentur AE, ED, EC, dabitur etiam ratio rectanguli AEC, ad quadrata AD, ED. Dabitur ergo etiam ratio armillæ circularis AEC, tam ad circulum, cuius semidiameter AD, quam ad circulum cuius semidiamter ED: quare dabitur etiam ratio

tubi cylindrici IEH, tam ad totum cylindrum IC, quam ad cylindrum GL. Item ex schol. 4. proposit. 14. lib. 2. habemus rationem cylindri IC, ad segmentum conicum AGkC. Sed & eiusdem cylindri IC, ad cylindrum GL. Quare & eiusdem cylindri IC, ad annulum AGELKC. Ergo ex æquali, tenebimus rationem vniuersaliter tubi IEH, ad annulum AGELkC.

Item alio modo eliciemus centra grauitatis in MD, annulorum AGELkC. Nam ex schol. proposit. 18, lib. 4. in MD, habemus centrum grauitatis cuiuscunque frusti conici AGKC. Pariter in eadem MD, habemus centrum grauitatis cylindri GL. Ratio annuli AGELkC, ad cylindrum GL, ex statim supradictis, minime ignoratur. Haud ergo ignorabitur in MD, centrum grauitatis prædicti annuli.

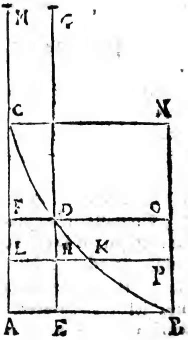
Sed hæc omnia sunt generalia. Particularius vero, si ABC, sit primus conicus, nempe conus, patet ex prim. conic. proposit. 12, EGV, esse semihyperbolam; & consequenter FGV, esse conoides hyperbolicum. Conoides ergo hyperbolicum, erit proportionaliter analogum, tam cum annulo AGELkC, quam cum segmento trilinei parabolici quadratici LkC. Aliqua ergo, ex dictis, particularius colligemus. Sed cum diuerso modo ab assignatis in proposit. 5. 7. & 11. miscel. possimus probare rationem cylindri circumscripti conoidi hyperboli-

bolico, ad ipsum, ideo præmissa propositione sequenti, etiam hunc adnotabimus.

PROPOSITIO XVI.

Si trilineum parabolicum quadraticum ABC, secetur linea DE, diametro CA, parallela, quæ sic sit producta ad G, vt GD, sit dupla CF, excessus diametri CA, supra DE, & ducatur vbilibet HK, parallela EB. Erit EB, ad HK, vt rectangulum GED, ad rectangulum GHD.

PRoducatur Hk, vsque ad L. Quoniam ex natura parabolæ explicata initio libr. pri. est AB, ad FD, seu AE, vt quadratum AC, ad quadratum CF; ergo & per conuersionem rationis, & conuertendo, erit EB, ad BA, vt excessus quadrati CA, supra quadratum CF, ad quadratum CA. Pariter, quoniam vt AB, ad Lk, sic quadratum AC, ad quadratum



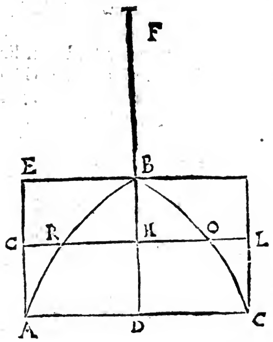
CL;

CL; ergo & vt AB, ad Hk, differentiam Lk, & FD, sic erit quadratum AC, ad differentiam quadratorum LC, CF. Quare ex æquali, vt EB, ad Hk, sic differentia quadratorum AC, CF, ad differentiam quadratorum LC, CF. Porrò differentia quadratorum AC, FC, sunt duo rectangula CFA, cum quadrato FA; nempe (facta MF, dupla FC) rectangulum MFA, cum quadrato FA; nempe rectangulum MAF; nempe rectangulum GED: pariter eodem modo patebit, differentiam quadratorum LC, CF, esse rectangulum MLF; nempe rectangulum GHD. Ergo & vt EB, ad HK, sic rectangulum GED, ad rectangulum GHD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XVII.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico, est ad ipsum, vt composita ex axi, seu diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seu diametri.

ESto conoides hyperbolicum ABC, cum sibi circumscripto cylindro EC, sitque FB, latus transuersum, BD, diameter. Assero EC, cylindrum, esse ad conoides ABC, vt FD, ad dimidiam, FB, cum tertia parte BD. Exponatur recta linea MA, in anteced. fig. æqualis FD, sequ. & ex ipsa auferatur AF, æqualis DB, & secta MF, bifariam



fariam in C, intelligatur parallelogrammum AN, atque in eo femiparabola quadratica BCN, cuius vertex C, diameter CN, femibafis NB; per punctum F, ducatur FDO, parallela AB, & per punctum D, DE, parallela CA. Tunc accepto vbilibet puncto H, in diametro conoidis, ducatur per ipfum planum GL, AC, parallelum; factaque in anteced. fig. DH, æquali BH, in hac; ducatur HkP, parallela EB; ED, vero producatur vt GD, fiat dupla CF, ac proinde æqualis diametro tranfuerfa FB, conoidis. FD, ergo in conoide, tam fecundum

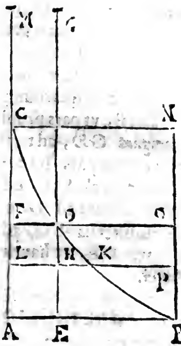
totum

totum, quam secundum omnes partes, secundur
quas secta supponitur, aequatur GE, in parabola
& singulis suis partibus, vt in schematibus. Tunc
quoniam ex proposit. anteced. est in trilineo, EB
seu PH, ad Hk, vt rectangulum GED, ad re
ctangulum GHD, & pariter ex prim. conic. propo
sit. 21. est in conoide, vt rectangulum FDB, ad re
ctangulum FHB, sic quadratum AD, seu GH, a
quadratum HR; ergo & vt PH, ad Hk, in trilineo
sic quadratum GH, ad quadratum HR, in conoide
nempe sic circulus GL, ad circulum RO. Cum ve
ro puncta H, in ambabus figuris supponantur acce
pta secundum arbitrium, recte concludere poter
mus, esse omnes lineas parallelogrammi EO, para
lelas EB, ad omnes lineas segmenti trilinei EDI
itidem parallelas EB, vt omnes circuli cylindri EC
AC, paralleli, ad omnes circulos conoidis ABC
eidem AC, parallelos. Nempe sic esse EO, para
lelogrammum, ad EDB, vt EC, cylindrus a
ABC, conoides. Sed ex calce schol. proposit. 1
lib. primi, parallelogrammum EO, est ad EDI
vt GE, ad dimidiam GD, cum tertia parte ED,
attente consideranti nullo negotio patebit. Ergo
EC, cylindrus, erit ad ABC, conoides, vt FD
ad dimidiam FB, cum tertia parte DB. Quod &

SCHOLIVM I.

Ex progressu ergo demonstrationis patet, prob
tum

tum cylindrum EC, esse ad conoides ABC, vt EO, parallelogrammum, ad segmentum trilinei EDB. Expertus autem geometra agnoscet, facilius dicto probari posse, hoc verificari non modo secundum totum, sed etiam secundum partes proportionales: & pariter per conuersionem rationis, esse EC, cylindrum, ad excessum ipsius supra conoides, vt parallelogrammum EO, ad DBO, portionem minorem parabolæ. Facile etiam discurrendo, vt sæpe sæpius nos fecimus, eliciet, conoides ABC, & segmentum trilinei EDB, item excessum EC, supra conoides, & DBO, portionem minorem parabolæ quadraticæ, esse quantitates proportionaliter analogas; tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes. Ex his, & ex alibi à nobis dictis, poterit lector quamplurima colligere.



Colliget ergo primo, centrum æquilibrij in DE, segmenti trilinei quadratici EDB, vel sic secare

duodecimam partem DE, ordine quartam ab E, v pars propinquior E, sit ad partem aliam, vt dimi dia GD, ad tertiam partem DE, sicuti ex propo sit. 13. miscel. secatur duodecima pars DB, diame tri conoidis hyperbolici ab eius centro grauitatis Vel sic secari quartam partem DE, ordine secun dam ab E, vt pars propinquior E, sit ad aliam, v sexta pars GD, ad tertiam partem GE, veluti se catur quarta pars BD, diametri conoidis ex propo sit. 14. miscel. Vel tandem, sic diuidere DE, v pars terminata ad D, sit ad reliquam, vt GD, cur subsesquitertia ED, ad dimidiam GD, cum quai ta parte DE, vt hauritur ex proposit. 44. eiusdei miscel.

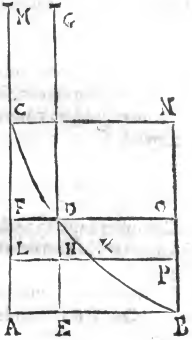
Ex proposit. 15. eiusdem miscel. in qua assignatu ratio cylindri GC, ad segmentum conoidis AROC colliget rationem parallelogrammi EP, ad segmer tum EHkB; nempe colliget esse vt rectangulu GED, ad rectangulum GE, DH, vna cum recta gulo sub composita ex dimidia GD, & ex tertia pa te EH, & sub dicta tertia parte EH.

Ex proposit. 17. miscel. colliget centrum æquil brij in HE, segmenti EHkB.

Sed cum, vt paulo supra dictum fuit, sit excess cylindri EC, supra conoides hyperbolicum, pr portionaliter analogus cum DBO, portione min ri parabolæ quadraticæ, & in lib. 3. proposit. 14. in schol. proposit. 48. miscel. sit assignatum in OI centrum æquilibrij portionis DBO, erit cons

quen-

quenter assignatum in BD, centrum grauitatis excessus cylindri EC, supra conoides. Vt ergo in citat. schol. proposit. 48. miscel. potest conspici, centrum æquilibrij portionis DBO, in BO, sic ipsam diuidit, vt pars terminata ad B, sit ad reliquam, vt dupla NO, cum dupla NB, & cum dimidia OB, ad NO, cum NB, & cum dimidia OB; colliget ergo lector, etiam in prædicto excessu,



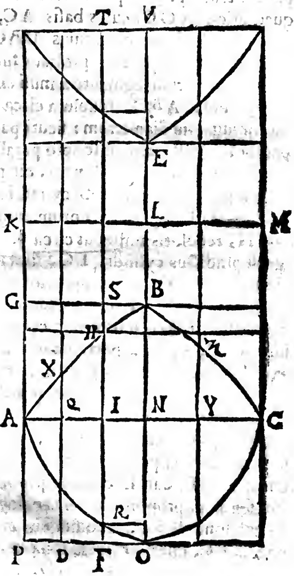
centrum eius grauitatis sic diuidere BD, vt pars terminata ad D, sit ad partem terminatam ad B, vt FB, (æqualis duplæ NO) vna cum FD, cum DB (æqualibus duplæ NB) & cum dimidia DB (æquali dimidiæ OB) ad dimidiam FB (æqualem NO) vna cum composita ex dimidia FB, & ex BD (quæ sunt æquales NB) & cum dimidia DB. Sed FB, vna cum FD, cum DB, & cum dimidia DB, faciunt duplam FD, cum dimidia DB: pariter dimidia FB, cum dimidia FB, cum BD, & cum dimidia DB, faciunt FD, cum dimidia DB. Ergo cen-

trum grauitatis excessus EC, supra conoidès, sic diuidit DB, vt pars terminata ad D, sit ad reliquam, vt dupla FD, cum dimidia BD, ad FD, cum dimidia DB. Sed cum supra, & aliàs, sit assignata etiam ratio EC, cylindri, ad conoides, & consequenter diuidendo, excessus cylindri supra conoides, ad ipsum conoides: patet, posse etiam alio modo, haberi centrum grauitatis conoidis prædicti.

SCHOLIVM II.

Conoides ergo hyperbolicum ABC, est proportionaliter analogum cum segmento EDB; sicuti pariter, excessus cylindri EC, supra conoides, est proportionaliter analogus cum portione minori parabolæ DBO. Ergo conoides, & excessus cylindri supra ipsum, erunt magnitudines proportionaliter analogæ cum illis magnitudinibus, cum quibus erunt magnitudines proportionaliter analogæ EDB, segmentum trilinei, & DBO, portio minor parabolæ. In primis verò, portio minor DBO, probata fuit proportionaliter analoga in schol. pri. proposit. 8 lib. 4. cum portione sphæræ, & sphæroidis, quorum semidiametri NB, axis vero talium portionum, sin BO. Cum his ergo portionibus sphæræ, & sphæroidis, erit proportionaliter analogus excessus cylindr EC, supra conoides. Sicuti etiam conoides, eri proportionaliter analogum cum excessu cylindrorum circumscriptorum portionibus, supra ipsas.

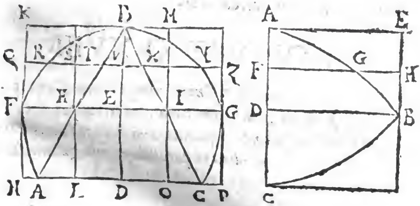
De-



Deinde in schol. 3. proposit. 26. miscel. portio parabolæ quadraticæ D B O, cuius vice in schem. ant. illius

illius proposit. accipiemus portionem A R I, para bolæ quadraticæ A O C, cuius basis A C, sit æqua lis duplæ N B, basi parabolæ cuius D B O, porti supradicta supponitur portio, probata fuit propor tionaliter analoga cum segmento annuli ex portion A H I, hyperbolæ A B C, reuoluta circa k M, se cundam coniugatam diametrum: sicuti pariter por tioni parabolæ A I R, circumscripto parallelogram mo, excessus huius supra portionem, est proportio naliter analogus cum excessu tubi cylindrici ex para lelogrammo A H, supra segmentum annuli ex por tione A H I, reuolutis ambobus circa k M. Exce sus ergo supradictus cylindri E C, supra conoide hyperbolicum A B C, erit proportionaliter analo gus cum annulo ex A H I, circa secundam coniuga tam diametrum K M. Pariterque conoides hype bolicum A B C, erit proportionaliter analogum cum excessu prædicto tubi cylindrici ex parallelo grammo A H, circa k M, supra prædictum seg mentum annuli ex portione A H I.

Pariter si in schem. seq. proposit. 45. miscel. acc piamus vice D B O, portionis parabolæ superiori portionem A G F, cum hæc fuerit probata in dict proposit. schol. 2. proportionaliter analoga cum s lido ex portione R B T, reuoluta circa B V (su ponendo A B C, esse portionem sphæræ, vel sphæ roidis, A B C, esse conum, & B D, axim porti nis) dummodo B V, & A F, sint æquales. Erg etiam excessus cylindri superioris E C, supra cono des



des hyperbolicum ABC, erit proportionaliter analogus cum prædicto excessu portionis RBY, sphæræ, vel sphæroidis, supra conum TBX. Quod ex dictis ibidem, verificatur etiam de excessu segmenti AFGC, supra frustum conicum AHIC, dummodo tamen supponamus, BV, DE, axes talium solidorum, & AF, basim portionis AGF, æquales esse in figura superiori BD, axi conoidis hyperbolici.

Tandem, si in schemate proposit. 5. supponamus ABCD, esse sphæram, vel sphæroides, semiaxis vero BE, sit maior axi BD, conoidis superioris hyperbolici, cuius etiam sit maior ER, factis autem, ac suppositis ijsdem, quæ in dicta proposit. 5. supponamus GN, vel RM, æqualem BD, axi conoidis. Ex schol. 2. dictæ proposit. sciemus, conoides hyperbolicum ABC, esse proportionaliter

analo-

analogum cum annulo ex portione, seu segment
NGQ, reuoluto circa BE.

PROPOSITIO XVIII.

Si quodlibet ex infinitis trilineis, cum sibi circumscripto parallelogrammo, voluatur circa parallelam suo axi, at ipso distitam secundum quantitatem basis trilinei. Dabitur ratio tubi cylindrici ex parallelogrammo, ad annulum ex trilineo.

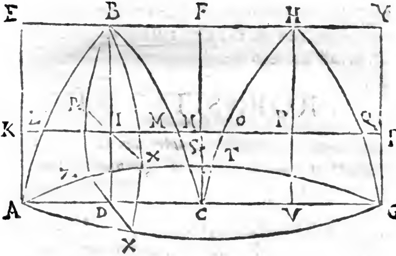
SVpponamus ABD, in schemate sequenti nobis repræsentare quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius axis BD, & ipsi circumscriptum esse parallelogrammum ED, quod cum trilineo intelligamus circumagi circa FC, parallelam BD, ac sic ab ipsa distantem, vt AD, DC, sint æquales. Dico, dari rationem tubi cylindrici EDY, ad annulum ADBVHG. Nam, trilineo ABD, intellecto duplicari ad partes BD, axis, vt sit ABC, ac ABC, cum parallelogrammo EC, reuoluto circa FC; cylindri EG, ad annulum ABCHG, assignata fuit ratio in coroll. 5. prop. 11. lib. 2. Pariter ex proposit. 14, lib. 2. habebimus rationem cylindri BV, ad annulum interiorem DBCHV, quia cum ibidem assignata fuerit ratio cylindri BC, ad omnes semifusos parabolicos BCH, per conuersionem rationis, assignata quoque erit ratio eiusdem cylindri BV, ad annulum DBCHV, ex trilineo

DBC.

DBC. Ergo habebimus etiam rationem reliqui tubi cylindrici EDY, ad annulum exteriorem ABD VHG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed hæc ratio exprimibilis est numero, quia omnes prædictæ rationes numero, in præcitatis locis,



expressæ fuerunt. E.g. in trilineo parabolæ quadraticæ, in coroll. 5. proposit. 11. lib. 2. cylindrus EG, est ad annulum ABCHG, vt 3. ad 1. nempe vt 60. ad 20. Cylindrus BV, quia est ad semifusum parabolicum quadraticum ex schol. prim. proposit. 14. lib. 2. vt 15. ad 8. est ad annulum interiorem DBCHV,

vt 15. ad 7. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 45. ad 13. Sic venabimur rationes cæterorum tuborum cylindricorum, ad reliquos annulos exteriores.

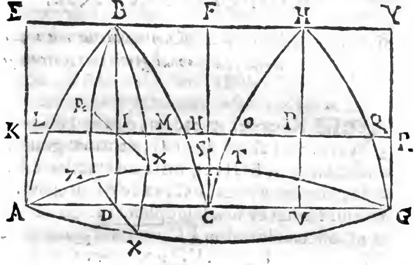
Sed per BD, ducta ſemifigura DBX, ad trilineum ABD, erecta, reuolutaque ipſa circa BD, ſolido ZBX, ex ipſa genito intelligatur circumſcriptus cylindrus. Ex tot vicibus replicata doctrina, habebimus rationem talis cylindri, ad ſolidum ZBX. Quæ etiam in omnibus ſolidis ſic genitis erit numero exprimibilis, & in ſolido trilinei quadratici, erit vt 45. ad 13. &c.

PROPOSITIO XIX.

Si ſolida anteced. propoſit. ſecentur plano baſi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici, ad ſegmentum annuli ad baſim, quod comprehendit.

SEd ſolida prædicta, ſecentur plano kR, parallelo plano AZGX. Dico, nos poſſe aſſignare rationem tubi cylindrici KDR, ad ſegmentum annuli exterioris ALIDVPQG, quod comprehendit. Nam in corol. 12. propoſit. 11. lib. 2. aſſignatur ratio totius cylindri kG, ad totum annulum ALMCOQG, ex toto trapezio ALMC, reuoluto circa FC: Item in ſchol. propoſit. 13. lib. 3. aſſignatur ratio cylindri interioris IV, ad annulum interiorem

DI



DIMCOPV. Ergo non ignorabitur ratio tubi cylindrici kDR, ad reliquum ſegmentum annulare exterius ALIDVPQG. Quare &c.

SCHOLIVM.

Sed in figura ſuperius dicta DBX, ducta I✱, parallela DX, ac ſolido orto ex ſegmento DI✱X, reuoluto circa ID, circumſcripto cylindro; cum hic ſit ex ſuperioribus dictis, ad illud ſolidum, vt antedictus tubus cylindricus, ad ſuperius dictum ſegmentum annulare exterius; ergo dabitur etiam ratio dicti cylindri, ad ſolidum ex DI✱X, reuoluto, vt dictum eſt.

PROPOSITIO XX.

Si quodlibet trilineum parabolicum voluatur vt in propo-sit. 18. Habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.

NAm, supponentes eadem, quæ in dicta proposit. 18. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG, orti ex reuolutione ABC, duplicati trilinei circa FC, ex schol. proposit. 29. miscell. Pariter ex schol. proposit. 31. eiusdem miscell. habemus in eadem FC, centrum grauitatis annuli interioris DBCHV. Rationem annuli exterioris ex ABD, ad annulum interiorem ex DBC, facile eliciemus ex schol. proposit. 8. lib. 3. Ergo habebimus etiam in FC, centrum grauitatis reliqui annuli exterioris ABDVHG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cupimus lectorem aduertere, ex alibi à nobis traditis, sibi licere numero exprimere, in qua ratione secetur FC, à centro grauitatis talis annuli exterioris. Nos autem exemplificabimus in annulo ex trilineo parabolico quadratico. In quo ex schol. cit. proposit. 29. miscell. pagina 103. FC, secatur in S, à centro grauitatis totius annuli ABCHG, vt FS, sit ad SC, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem

tatem; nempe vt 3. ad 1. seu vt 21. ad 7. Item ex schol. proposit. 31. eiusdem miscell, in calce, eadem FC, sic secatur in N, à centro grauitatis annuli interioris DBCHV, vt FN, sit ad NC, vt 26, cum duobus tertijs, ad 10. cum duobus tertijs; nempe vt 5. ad 2. (quod tamen loco supra citato non fuit tunc temporis animaduersum) nempe vt 20. ad 8. Qualium ergo tota FC, est 28. talium FS, est 21; FN, 20; & NS, vnitas. Et qualium NS, erit 13. talium tota FC, erit 364; FS, erit 273. Quoniam vero S, supponitur centrum grauitatis totius annuli ABC HG, & N, annuli interioris DBCHV, si fiat vt annulus exterior ABDVHG, ad annulum interiorem DBCHV, sic reciprocè NS, ad ST, patet T, esse centrum grauitatis annuli prædicti exterioris. Sed annulus exterior, est ad annulum interiorem, vt elicitur ex schol. proposit. 8. lib. 3. vt 13. ad 7. ergo quarum NS, est 13. talium ST, erit 7. Sed talium FS, erat 273. Ergo talium FT, erit 280. Cum vero etiam talium tota CF, esset 364; talium reliqua TC, erit 84. T, ergo, centrum grauitatis annuli prædicti exterioris, sic secabit FC, in T, vt FT, sit ad TC. vt 280. ad 84. nempe diuidendo omnia per 4. vt 70. ad 21.

Patet ergo ex dictis, etiam qualiter sit inueniendum in BD, centrum grauitatis solidi ZBX.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si quilibet annulus proposit. anteced. secetur plano basi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis segmenti annularis ad basim.

SOlida antec. proposit. secentur plano k R, parallelo AZGX, Dico, in NC, dari centrum grauitatis segmenti annularis exterioris ex ALID. Nam licet nullibi à nobis fuerit assignatum in NC, centrum grauitatis totius segmenti annularis ALMCOQG, tamen hoc facile potest elici ex à nobis dictis. Etenim, ex dictis in principio schol. proposit. 29. miscel. vniuersaliter, colligitur centrum grauitatis talis solidi sic secare NC, vt secatur ID, à centro grauitatis figuræ ALMC. Sed figuræ ALMC, docuimus inuenire centrum grauitatis in proposit. 12. lib. 3. Etenim, cum ibidem traditum sit reperire in diametro ID, centrum æquilibrij cuiuscunque infinitorum trapeziorum, assignatus pariter erit modus indagandi in ID, centrum grauitatis duplicati trapezij, nempe figuræ ALMC; & consequenter habebimus in NC, centrum grauitatis totius annuli ALMCOQG. Pariter, licet nullibi assignatum fuerit centrum grauitatis in NC, segmenti annularis interioris DIMCOPV, tamen possumus hoc elicere ex alibi à nobis dictis. Nam, iam patet haberi in NC, centrum grauitatis totius cylindri

IV.

IV. Pariter ex proposit. 37. miscel. habemus in eadem NC, centrum grauitatis portionis fusi parabolici MCO, ortæ ex reuolutione minoris portionis parabolæ MCN, circa basim NC. Cum vero ex schol. proposit. 13. lib. 3. teneamus etiam rationem cylindri IV, ad segmentum annulare interius DIMCOPV; habebimus etiam diuidendo, rationem talis segmenti, ad portionem fusi MCO. His tribus datis, patet dari quoque in NC, centrum grauitatis prædicti segmenti annularis DIMCOPV. Cum ergo teneamus in NC, tam centrum grauitatis totius segmenti annularis, quam segmenti annularis interioris, si habebimus etiam rationem segmenti annularis exterioris, ad segmentum annulare interius, patet nos etiam posse habere in NC, centrum grauitatis segmenti annularis exterioris. Sed ratio inter hæc segmenta annularia, facile elicitur ex eodem schol. proposit. 13. lib. 3. supra citat. Ergo in NC, possumus habere centrum grauitatis segmenti exterioris ALIDVPQG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex sæpe sæpius repetitis, patet etiam nos habere in ID, centrum grauitatis segmenti solidi ex DI✠X, reuolutá circa ID.

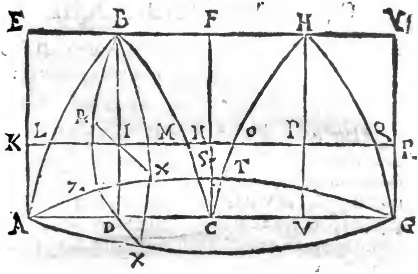
PROPOSITIO XXII.

Si quodlibet ex infinitis trilineis, cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa parallelam suæ basi, ab ipsa dissitam secundum quantitatem axis trilinei. Dabitur ratio tubi cylindrici ex parallelogrammo, ad annulum ex trilineo.

ESto ABD, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius basis BD, axis AD, & ei circumscriptum parallelogrammum sit ED, quod intelligamus rotari cum trilineo circa FC, parallelam basi BD, sicque ab ipsa distantem, vt AD, DC, sint æquales. Dico, dari rationem tubi cylindrici EDY, ad annulum ex ABD, circa FC. Nam duplicato trilineo ad partes BD, factisque ijsdem, vt in proposit. 18. dabitur ratio totius cylindri EG, ad totum annulum ABCHG, ex coroll. 6. proposit. 11. lib. 2. Pariter ex prim. part. proposit. 15. lib. 2. datur per conuersionem rationis, ratio cylindri BV, ad annulum interiorem DBCHV. Ergo dabitur quoque ratio tubi cylindrici EDY, ad annulum exteriorem. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Hæc quoque ratio dabitur in numeris, quia rationes superiores numero dantur. Et in annulo ex trilineo



neo parabolico quadratico, ipsam sic assignabimus. Ex coroll. 6. cit. propos. 11. lib. 2. est cylindrus E G, ad annulum totum A B C H G, vt 3. ad 1. nempe vt 24. ad 8. cylindrus B V, est ad annulum interiorem D B C H V, ex cit. proposit. 15 lib. 2. per conuersionem rationis, vt 4. ad 2. nempe vt 6. ad 3. Ergo reliquus tubus cylindricus E D Y, erit ad reliquum prędictum annulum exteriorem, vt 18, ad 5.

Sed per B D, ducta semifigura D B X, &c. habebimus etiam rationem cylindri circumscripti solido Z B X, ad ipsum.

dabitur quoque ratio reliqui ad reliquum; nempe tubi kDR, ad ALIDVPQG. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Patet ergo, quod ſi etiam in hoc caſu ducatur I✱, parallela DX, & concipiamus DI✱X, rotari circa DI, ſegmentoque ſolido orto intelligamus circumſcriptum cylindrum, patet inquam, dari quoque rationem talis cylindri, ad illud ſegmentum ſolidum.

PROPOSITIO XXIV.

Si quodlibet trilineum parabolicum cuius exponens ſit numerus par voluatur vt dictum eſt in propoſit. 18. *Habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.*

SEd concipiamus duplicatum trilineum ABC, cuius exponens ſit numerus par, rotari circa FC, parallelam baſi BD, trilinei ABD. Dico in FC, haberi centrum grauitatis annuli exterioris ABDVHG. Nam, ex ſchol. propoſit. 29. miſcel. pag. 104. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Item ex propoſit. 15. lib. 4. habemus centrum grauitatis in FC, annuli interioris DBCHV. Ratio quoque annuli exterioris ex ABD, ad annulum interiorem ex DBC, non ignoratur,

ratur, sed assignata fuit in corol. 2. proposit. 4. lib. 3. Ergo etiam centrum grauitatis in F C, annuli A B D V H G, haud ignorabitur. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed nec etiam tale centrum grauitatis est taliter datum, vt nequeamus numero explicare, in qua ratione secetur FC, ab ipso. Hoc autem, de more, reperiemus in annulo ex trilineo parabolico quadratico. In quo, quoniam ex schol. citat. proposit. 29. miscell. FC, sic secatur in S, à centro grauitatis totius annuli ABCHG, vt FS, sit ad SC, vt triplus numerus annuli vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum, nempe vt 7. ad 3. seu vt 21. ad 9. & pariter cum ex citat. proposit. 15. lib. 4. sic eadem FC, secetur in N, à centro grauitatis annuli interioris DBCHV, vt FN, sit ad NC, vt 4. ad 2. seu vt 20. ad 10. sequitur, qualium tota FC, supponitur 30, talium FS, esse 21. FN, 20; & NS, vnitas. Cum ergo S, sit centrum grauitatis totius annuli, & N, annuli interioris, si fiat vt annulus exterior, ad annulum interiorem, sic reciproce NS, ad ST, erit T, centrum grauitatis annuli exterioris. Sed cum deducatur ex corol. 2. citat. proposit. 4. lib. 3. esse annulum exteriorem, ad annulum interiorem, vt 5. ad 3. sequitur qualium NS, est 5. talium ST, esse 3. Sed qualium NS, erat vnitas, tota FC, erat 30; & FS, 21; ergo qualium NS, est 5. talium

tota

tota FC, erit 150; & FS, quæ erat 21. erit 105. & FT, 108. Ergo reliqua TC, erit 42. Secatur ergo FC, à T, centro grauitatis annuli exterioris, vt FT, sit ad TC, vt 108, ad 42; nempe vt 54. ad 21.

In tali etiam ratione patebit secari BD, à centro grauitatis solidi ZBX; cuius tamen solidi non habebimus vniuersaliter in BD, centrum grauitatis, sed tantummodo illius solidi, quod considerabimus in annulo, cuius exponens sit numerus par.

PROPOSITIO XXV.

Si quilibet annulus proposit. ant. secetur plano basi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis segmenti annularis ad basim.

Solida anteced. proposit. secentur plano KR, basi parallelo. Dico in NC, nos posse assignare centrum grauitatis segmenti annularis ad basim ex ALID. Centrum grauitatis totius annularis segmenti ALMCOQG, nunquam assignauimus, attamen possumus ipsum notare. Nam, cum intelligentes kD, parallelogrammum appensum secundum ID, habeamus in medio puncto ID, eius centrum æquilibrij; & pariter habeamus in eadem ID, centrum æquilibrij semiparabolæ ad verticem kAL, ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. & ex dictis supra in proposit. 23. habeamus rationem trape-

zij

zij ALID, ad semiparabolam ad verticem kLA; habebimus etiam in ID, centrum æquilibrij trapezij LIDA: & consequenter centrum grauitatis duplicati trapezij ALMC: & consequenter in NC, centrum grauitatis annuli ALMCOQG, ex schol. proposit. 29. miscell. Item cum in NC, habeamus tam centrum grauitatis cylindri IV, quam conoidis ad verticem MCO; & ex dictis in progressu proposit. 23. habeamus etiam diuidendo, rationem annuli interioris DIMCOPV, ad conoides ad verticem MCO; tenebimus pariter centrum grauitatis prædicti annuli interioris DIMCOPV. Duo ergo habemus necessaria nostro instituto, nempe centra grauitatis totius segmenti annularis, & segmenti annularis interioris. Sed etiam possumus habere, vt statim patebit, ratio segmenti annularis exterioris ad segmentum annulare interius. Ergo in NC, habebimus etiam centrum grauitatis segmenti annularis exterioris.

Quod vero possimus etiam assignare rationem segmenti annularis exterioris, ad segmentum annulare interius, sic patebit. Si intelligamus IC, parallelogrammum appensum secundum IN, non solum habebimus in eius puncto medio centrum æquilibrij ipsius, sed etiam in semibasi NM, centrum æquilibrij semiparabolæ ad verticem MCN, ex dictis in schol. 2. proposit. 2. lib. 3. Cum vero etiam ex dictis in progressu proposit. 23. non ignoretur ratio trapezij DIMC, ad semiparabolam ad verti-

cem

cem MCN, habebimus etiam in I N, siue in DC, centrum æquilibrij trapezij DIMC. Hoc habito, ex proposit. 4. lib. 3. pariter tenebimus rationem ad inuicem solidorum factorum ex reuolutione eiusdem trapezij DIMC, tam circa NC, quam circa ID. Quare etiam tenebimus rationem duorum solidorum ex trapezio DIMC, circa DI, cum vno ex eodem circa NC, ad vnum solum circa NC. Sed ex proposit. 6. illa tria sunt æqualia segmento annulari exteriori ALIDVPQG. Ergo habebimus etiam rationem prædicti segmenti annularis exterioris, ad segmentum annulare interius.

SCHOLIVM.

Ex replicatis autem in superioribus ad satietatem vsque, patebit, dari etiam in ID, centrum grauitatis segmenti solidi geniti ex rotatione DI✠X, circa ID.

Recolenti nunc superius à nobis asserta innotescet, propositas fuisse quamplurimas figuras planas, inter quas aliquæ sunt geometris totaliter nouæ, nec ab ipsis aliquando consideratæ; sicuti nec vnquam ab ipsis fuerunt contemplata solida quædam ab ipsis genita, nec ipsorum centra grauitatis. Mensuram nonnullorum solidorum, atque ipsorum centra grauitatis tradidimus nos; figuras vero solidorum genetrices, relinquimus alijs speculandas pro nunc: forsitan

& nos

& nos aliquando circa ipsas aliquid determinabimus, si tamen venerit in mentem. Sed quæ sint hæc noua plana, nunc paucis perstringemus.

In proposit. 2. ac in scholijs ipsius, secauimus infinita conoidea parabolica plano æquidistanter axi, ac ad parabolam genitricem erecto, & considerauimus infinitas figuras genitas ex tali sectione. Nec aliquid aliud scimus, nisi quod si sic secetur primum conoides, nempe conus, figura genita erit hyperbola, cuius vtique ignoratur quadratura. Si vero sic secetur conoides parabolicum quadraticum, figura item genita erit parabola quadratica, cuius vtique habemus quadraturam. Sed figurarum genitarum ex sectione aliorum conoideorum ab his, ignoramus & naturam, & mensuram.

In proposit. 4. diximus, quod si conoides hyperbolicum sic secetur, figura genita erit hyperbola. Pariter in proposit. 5. docuimus sectis sic sphæra, & sphæroides, sectiones esse quidem in illa circulum, in hoc vero ellipsim. Agnouimus vtique qualitates figurarum harum, sed mensuræ vsque nunc geometris sunt ignotæ, & fortassis sic manebunt in æternum, & vltra.

In proposit. 7. cuius schema denuo intueatur ibidem, considerauimus figuram ZBX, ortam ex plano secante annulum ABCHG, ortum ex reuolutione parabolæ cuiuscunque ABC, circa FC, per BD, & ad ABC, parabolam genitricem erecto. Omnium harum figurarum ZBX, ignoramus condi-

tionem: solum scimus in primo annulo, nempe in illo qui oritur ex supposito triangulo ABC, reuoluto, esse hyperbolam. Quod vtique modicè etiam conica Apollonij callenti innotescet.

In proposit. 12. cuius schema item inspiciatur, considerauimus figuras EFH, genitas ex plano secante infinitos semifusos parabolicos ABC. Harum pariter naturas ignoramus, nisi genitæ in primo, quæ vtique erit hyperbola.

In proposit. 14. considerauimus semicycloidem primariam ABD, cuius basis BD, duplicari ad partes BD, ac figuram ABC, constituentem ex duabus semicycloidibus primarijs rotari circa FC, atque annulum geniti m secari plano ZBX, æquidistanter FC, erectoque ad ABC. Genita figura est ZBX, cuius natura penitus vsque modo est incognita.

In proposit. 15. verba fecimus de infinitis conicis circa diametrum. Diximus enim in dicta proposit. & in scholijs eidem annexis, infinitos conicos ABC, circa axim BD, secari plano FGV, modo vsque nunc explicato. Figurarum FGV, symptomata nobis sunt recondita, solummodo nobis est in apertum in primo conico, nempe in cono, FGV, esse hyperbolam.

In proposit. 18. discursum fuit de infinitis figuris ZBX, ortis ex plano secante, consueto modo, infinitos annulos ABCHG, ortos ex reuolutione infinitarum figurarum ABC, quæ sint constantes

ex

ex duplicato trilineo A B D, cuius axis B D, ad partes B D. Etiam nunc solius figuræ Z B X, in primo annulo scimus naturam, nempe esse hyperbolam; reliqua ignoramus.

Tandem in proposit. 23. locuti sumus de infinitis figuris Z B X, ortis consueto modo, planis ductis per B D, in infinitis annulis A B C H G, ortis ex reuolutione figurarum A B C, quæ sint constantes ex duobus trilineis sic dispositis, vt bases B D, ipsarum euadant communis axis. Nec etiam figuras has Z B X, plus alrarum vsque nunc expositarum agnoscemus; sed tantum sciemus solum in primo annulo Z B X, esse hyperbolam.

Hæ sunt ergo nouæ figuræ planæ circa quas geometra operari potest, perquirendo ipsarum naturam, quadraturam, centra grauitatis &c. (si tamen horum aliqua sunt reperibilia) Nos enim in præsenti de ipsis nullam maiorem tenemus notitiam tradita. Solum, vt licuit notare, ex superioribus, agnouimus mensuram, & centra grauitatis solidorum ex ipsis circa axim, sicuti & ipsorum segmentorum resectorum planis basibus parallelis. Sed sicuti in miscellaneo nostro ex sola mensura conoidis hyperbolici, & ex supposita quadratura hyperbolæ, quamplura tradidimus; sic in præsenti, supponentes tantum prædictarum figurarum quadraturas, nobis liceret deducere ea omnia, quæ deduximus circa hyperbolam in miscellaneo citato.

SCHOLIVM II.

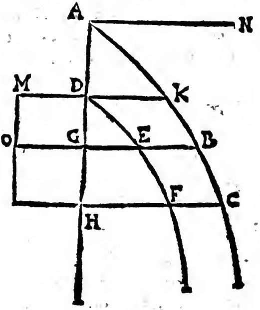
Dum impressio huiusceprimæ partis ad vmbilicum fere deducta esset, coacti fuimus ipsam prætermittere, ac à patria discedere, vt fungeremur officio nostro visitandæ Prouinciæ nostræ Religionis iuxta morem annualem: qua visitatione expleta, consequenter fuit necesse Bononiam petere, ibique per aliquot dies commorari, ac incumbere rebus grauioribus religionis. Non tamen tunc temporis à rebus geometricis penitus abstinuimus, sed quotiescunque aderat opportunitas animum recreabamus ijs speculationibus, quas admirabilis Torricellius de motu conscripsit. Hac ergo occasione fuit à nobis animaduersum, ipsum in lib. 2. lem. ad proposit. 37. ostendisse illud idem, quod nos incidenter patefecimus supra in schol. 2. proposit. 2. nimirum, quod si conoides parabolicum quadraticum secetur plano parabolæ genitrici annuli erecto, & æquidistanter axi, sectio erit parabola. Sed non modo ostendit hoc, sed amplius esse eandem parabolam cum genitrice conoidis, nempe cum ipsa habere idem latus rectum. Ast antea ex lem. ad proposit. 31. arripuimus occasionem aliquid aliud ostendendi. In dicto ergo lem. egregiè, iuxta morem, animaduertit Torricellius, quod si in seq. schem. HAC, HDF, sint duæ semiparabolæ æquales, nempe habentes idem latus rectum, ipsas asymptotos esse, hoc est semper

magis,

magis, magiſque inuicem accedentes, ac nunquam concurrentes. Demonſtratio facilliſſima videatur in loco citat. Torricellij, ac lector recipiat ſequentes notitias.

PROPOSITIO XXVI.

Si HAC, HDF, ſint æquales ſemiparabolæ quadraticæ, & Dk, ſit parallela HC, ſitque parallelogrammum MH, vt MD, DK, ſint æquales, & intelligamus omnia rotari circa DH. Exceſſus fruſti conoidalis ex DkCH, ſupra conoides ex HDF, erit æqualis cylindro ex MH, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.



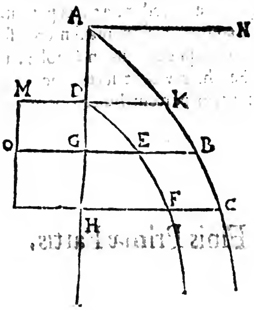
Acci-

ACcipiatur arbitrariè punctum G, ac per ipsum transeat planum OB, parallelum plano ex HFC, & sit AN, lactus rectum semiparabolarum. Quoniam quadratum BG, est æquale rectangulo GAN, & quadratum GE, æquatur rectangulo sub GD, & sub AN; ergo differentia quadratorum BG, GE, erit æqualis rectangulo DAN; nempe quadrato Dk; nempe quadrato DM; nempe quadrato OG. Ergo etiam differentia circulorum ex semidiametris GB, GE, erit æqualis circulo cuius radius OG. Ergo armilla circularis ex EB, circa DH, erit æqualis circulo ex OG, circa DH. Cum ergo punctum G, sumptum sit arbitrariè, ergo omnes armillæ circulares ex quadrilatero DkCF, circa DH, erunt æquales omnibus circulis ex MH, circa DH; nempe excessus frusti conoidalis ex HDKC, circa DH, supra conoides ex HDF, erit æqualis cylindro ex MH.

Quod vero ostensum fuit de totis, est manifestum probari quoque posse de partibus proportionalibus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Sed hic non sistit discursus noster, vlteriùs progreditur. Patet enim ex sæpe sæpius decantatis doctrinis, excessum, & cylindrum dictum, etiam ad partes HC, in infinitum productos, esse quantitates pro-



proportionaliter analogas tam in magnitudine, quā in grauitate, tam secundum tot im quam secundum partes proportionales. Sicuti ergo cylindrus ex MH, in infinitum producto est corpus sibi similare, nimirum quod eius partes resectæ circulis circulo ex MD, parallelis, sunt in eadem ratione cum partibus axis; v. g. vt HG, ad GD, sic est cylindrus ex OH, ad cylindrum ex MG; sic etiam erit vt HG, ad GD, sic excessus dictus ex FEBC, ad excessum ex EDkB. Pariter sicuti centrum grauitatis cuiuslibet partis huius infiniti cylindrici est in medio axis. v. g. cylindri ex MH, est centrum grauitatis in medio DH, sic in medio DH, erit centrum grauita-

tis

tis exceſſus prædicti ex FDKC. Hæc omnia ſunt nimis clara ijs, qui antecedentia perceperunt.

Patet ergò etiam exceſſum præſentem eſſe corpus ſimilare ijs, quæ explicauimus in ſchol. 2. propoſit. 19. miſcel. Sed hæc videat lector loc. citat. nobis enim ad ſecundam partem huius operis eſt properandum.

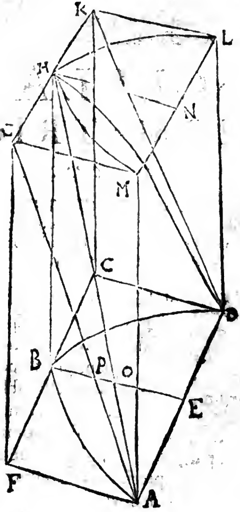
Finis Primæ Partis.

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS SECVNDA.

IN QVA AGITVR DE CENTRIS ÆQVILIBRII in basibus, & grauitatis in altitudinibus quamplurium truncorum cylindricorum diagonaliter resectorum.

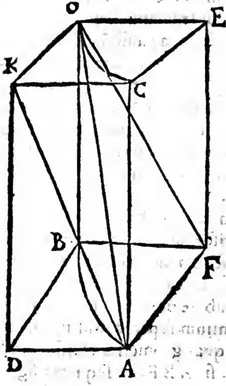
IN lib. 2. de infinit. parab. explicauimus doctrinam quandam de truncis infinitorum cylindricorum, quam pro imposterum percipiendis, necesse est lectorem peroptime callere: etenim ex ipsa deducemus quamplurima noua symptomata, quorum notitias non putamus ipsi ingratas fore futuras. Sed in primis operæ pretium est ipsum reminisci, quod vniuersaliter deduximus in schol. 3. proposit. 10. citat. lib. nimirum, existente ABD, qualibet figura circa diametrum BE, ipsique circumscripto parallelogrammo FD, ac tam super ipso, quam super figura intellectis cylindricis rectis æquealtis



GD, & ABDLHM, sectis plano diagonaliter transeunte per AD, & per KG; esse prisma AFGKCD, ad truncum sinistrum ABDH, vt cylin-

cylindrus ex F D, ad ſolidum rotundum ex A B D, reuolutis ambobus circa D A. Item, eſſe aliud priſma, ad alium truncum dexterum, vt cylindrus ex F D, circa F C, ad annulum ex A B D, circa F C. Hæc doctrina fuſius videatur loco citat. explicata, etenim ex ipſa non parum ampliauimus doctrinam, quam habet Andreas Tacquet in ſuis cylindrorum, & annularium libris; nimirum cubauimus varios truncos cylindricorum ſuper diuerſis figuris exiſtentium, vt fusè patefactum fuit in ſchol. 3. propoſit. vltimæ lib. 2. & ferè innumeris vicibus licuit animaduertere tùm in alijs libris de infinitis parabolis, tùm in noſtro miſcellaneo hyperbolico, &c.

Sed præſentem doctrinam magis, magiſque poſſumus amplificare ex dictis ſupra in prima parte; nam poſſumus cubare omnes truncos ſiniſtros cylindricorum exiſtentium ſuper dimidijs omnium illarum figurarum, quas geometris conſiderandas propoſuimus. V. g. ſi A B F, in ſequenti figura, nobis repræſentet dimidiam figuram E G F, ſecantem quodlibet conoides parabolicum cuiuſcumque ſit ſpeciei, vt dictum eſt in propoſit. 2. & in ſchemate illius, & A F, repræſentet axim F G, illius figuræ, huic vero ſit circumſcriptum rectangulum D F, & tam ſuper ipſo, quam ſuper figura intelligamus cylindricos æqueealtos ſectos plano diagonaliter tranſeunte per A F, & per k O. Habebimus rationem priſmatis A D k O F B, ad truncum ſiniſtrum A B F O. Quia habemus etiam in dicta propoſit. 2. rationem



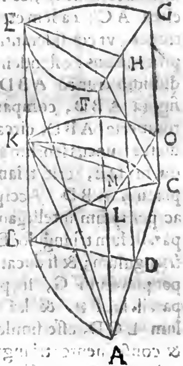
cylindri ex DF, circa FA, ad solidum rotundum ex semifigura ABF, circa axim FA. Quod verò dictum est de hac, intelligatur etiam de cæteris figuris, quas scholio ant. recitauimus.

Sed doctrina de truncis, non modo potest ampliari vt dictum est, sed etiam alio modo, nimirum, indagando centra grauitatis in altitudinibus, & æquilibrij in basibus variorum truncorum cylindricorum, quod vtique erit subiectum huius secundæ partis. De

his

his centris, quæ nos deinceps assignabimus, nescimus aliquem verba fecisse, Caualerio excepto, qui pauca in exercit. geomet. exercit. 5. circa hanc materiam recensuit, quæ & nos infra explicabimus. Sed vt ad rem proprius accedamus, diligentius quam fieri poterit, explicabimus ea, quæ continentur in proposit. 10. lib. 2.

In qua, supponentes in schem. sequenti ABC, esse quamlibet figuram circa diametrum BD, & super ipsa existere cylindricum rectum ABCGEF, sectum diagonaliter plano transeunte per AC, & per E: probauimus truncum sinistrum ABCE, esse ad solidum ex ABC, circa CA, vt EB, ad circumferentiam circuli cuius radius BD; quam truncum dexterum ACGEF, esse ad solidum ex ABC, reuoluta circa ductam per B, ipsi AC, parallelam, vt EB, ad eandem circumferentiam. Propositionem probauimus, & per indiuisibilia, & more antiquorum, sed ipsam ostendemus aliter, ac ibidem factum fuit, per indiuisibilia. Sit ergò



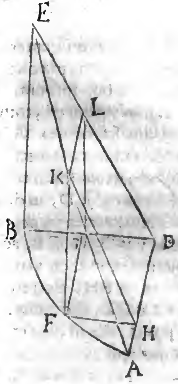
PRO-

PROPOSITIO PRIMA.

Propositio 10. lib. 2. aliter ostensa.

VT etiam in dicta propositione 10. factum est, ad euitandam confusionem, ostendemus hoc in trunco sinistro, & in solido rotundo ex ABC, circa AC; eadem etenim erit demonstratio in alio trunco, vt consideranti patebit. Immo vt distinctius procedamus, ostendemus hoc in sequenti figura in dimidio trunco ABDE, existente super dimidia figura ABD, comparando eum cum solido orto ex rotatione ABD, circa AD. Exponatur ergo prædictus truncus seorsim acceptus, qui sit ABDE, ac ducta DE, erit triangulum DBE, erectum ad planum ABD Accipiatur arbitrariè punctum H, ac per ipsum intelligamus transire planum HFk, parallelum triangulo EBD. Erit ergo etiam HFk, triangulum; & si ducatur FG, parallela AD, & per punctum G, in plano BED, ducatur GL, parallela EB, & kF; facillime patebit, triangulum LGD, esse simile, & æquale triangulo kFH; & consequenter triangulum HFk, esse simile triangulo EBD, & esse vt kF, ad FH, sic EB, ad BD. Et permutando, vt EB, ad KF, sic BD, ad FH. Sed vt BD, ad FH, sic circumferentia circuli cuius radius BD, ad circumferentiam circuli cuius radius FH. Ergo vt EB, ad kF, sic circumferen-

ferentia ex radio BD, ad circumferentiam ex radio FH. Et permutando, vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, sic KF, ad circumferentiam ex radio FH. Porrò, vt KF, ad circumferentiam ex radio FH, sic ex schol. proposit. 6. lib. 2. triangulum kFH, ad circulum ex FH, circa AD, reuoluta. Ergo & vt EB, ad circumferentiam ex BD, sic triangulum kFH, ad circulum ex radio FH, circa AD. Sed punctum H, ad libitum acceptum fuit. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo & vt EB,



ad circumferentiam radij BD, sic omnia triangula trunci ABDE, parallela triangulo DBE, ad omnes circulos solidi rotundi geniti ex figura ABD, reuoluta circa AD, parallelos circulo genito à BD. Ergo & sic truncus ad solidum rotundum. Quod erat ostendendum.

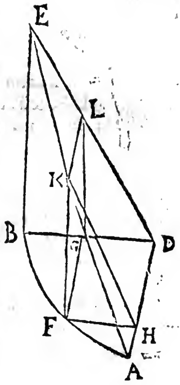
SCHO-

SCHOLIVM.

Sed lector diligenter animaduertat, quod probatum fuit de totis prædictis solidis, probari etiam posse de partibus ipsorum proportionalibus. Non solum enim verum est, totum truncum A B D E, esse ad totum solidum ex A B D, vt E B, ad illam circumferentiam, sed etiam partem trunci A F k H, esse ad partem solidi rotundi ortam ex A F H, reuoluta circa A D, in dicta ratione. Et pariter, esse residuam partem trunci, ad residuam partem solidi ex H F B D, vt E B, ad circumferentiam radij B D. Quare erit & vt pars trunci A H F K, ad partem solidi ex A F H, sic reliqua pars trunci, nempe H k F B E D, ad reliquam partem solidi rotundi ex H F B D. Ergo & permutando, partes trunci erunt ad inuicem, vt partes solidi rotundi; nempe, pars trunci D E B F H k, erit ad partem H k F A, vt pars solidi rotundi genita ex H F B D, ad partem genitam ex A F H. Idem probaretur de cæteris partibus proportionalibus. Quare vniuersaliter potest deduci, iuxta doctrinas explicatas in nostro 4. lib. truncum A B D E, & solidum ex A B D, circa A D, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Item, quoniam ducta k L, non solum pars trunci

ci KHFBED, est ad partem solidi ex HFBD, vt EB, ad circumferentiam radij BD, sed etiam facile probari potest, esse etiam prisma HFkLGD, ad cylindrum ex FD, circa DA, in prædicta ratione; ergo etiam erit vt EB, ad circumferentiam radij BD, sic reliquum ad reliquum; nempe pars trunci FBELk, ad annulum ortum ex FBG, reuoluta circa DA. Quod si mente intelligamus accipi inter G, F, quodlibet punctum, ac per ipsum transire planum parallelum trapezio EBGL, secans



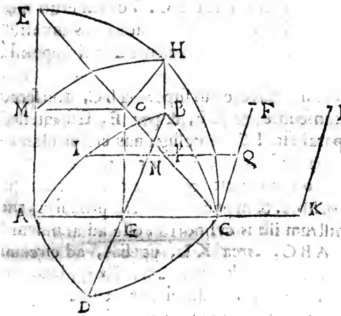
solidum FBELk, in duas partes, & pariter FBG; eodem modo patebit, quamlibet partem illius solidi, esse ad partem annuli factam à parte ipsius FBG, sibi correspondente, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Item permutando, esse partem trunci ad partem trunci, vt pars annuli ad partem annuli. Quare rursum deducemus, iuxra doctrinas in dicto 4. lib. explicatas, segmentum FBELk, & annulum ortum ex gyratione FBG, circa AD,

esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Omnium ergo horum solidorum centra æquilibrij, & grauitatis proportionaliter secabunt A D. V. g. in eodem puncto secabitur A D, à centro æquilibrij trunci A B D E, & à centro grauitatis solidi rotundi ex A B D; sic dicatur de cæteris.

SCHOLIVM II.

Licet propositio probata sit de trunco sinistro cylindrici existentis super semifigura A B D, habente basim, A D, attamen est vniuersalissima, & verificatur etiam de figuris basi carentibus. V. g. sit quælibet figura A B C D, circa diametrum A C; & super dimidia ipsius A B C (sufficit enim ostendere in dimidia) intelligamus A B C E, truncum sinistrum cylindrici recti secti plano transeunte per C F, erectam ipsi A C, à puncto C, in plano A B C, & per E, punctum in latere erecto à puncto A, plano A B C. Ostensum quoque est ex dicta proposit. 10. lib. 1. & facile probari potest secundum antecedentia, truncum C A B E, esse ad solidum rotundum ex A B C, circa C F, vt E A, ad circumferentiam radij A C: & ad modum superiorum potest deduci, truncum prædictum, cum annulo ex A B C, circa C F, esse quantitatem proportionaliter analogam, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum,

quam



quam secundum partes proportionales. Ex quibus deducetur, quod si CF, sit axis solidi rotundi, quod eodem modo secabitur à centro grauitatis solidi rotundi, & à centro æquilibrij trunci appensi secundum CF.

Sed intelligamus quodlibet planum GOHB, erectum plano ABC, ac secans truncum in duo segmenta. Patet ex supra dictis, partem ipsius GHC, esse quantitatem proportionaliter analogam cum annulo orto ex reuolutione segmenti GBC, circa FC (est enim GBC, semifigura circa diametrum GC:) quare etiam reliqua pars trunci GHEA,

erit proportionaliter analoga cum annulo orto ex reuolutione ABG, circa FC. Eodem ergo modo ſecabitur FC, à centro grauitatis illius annuli, & à centro æquilibrij illius ſegmenti trunci appenſi ſecundum FC.

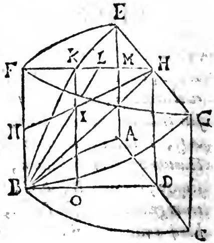
Sed cylindricus erectus ſuper ABC, non ſecetur plano tranſeunte per CF, & per E, ſed intellecta KL, parallela FC, intelligamus etiam planum diagonale tranſire per kL, & per punctum E. Si geometra obſeruauerit, quæ diximus in citat. propoſit. 10. lib. 2. & in præſenti, facile probabit, truncum ſiniſtrum illius cylindrici, eſſe ad annulum latum ex ABC, circa KL, vt EA, ad circumferentiam à radio Ak, genitam. Ex quibus conſequenter ad ſuperius dicta eliciet, truncum prædictum cum antedicto annulo lato, eſſe pariter quantitatem proportionaliter analogam, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare agnoſcet, LK, ſecari eodem pacto à centro grauitatis annuli lati, & à centro æquilibrij illius trunci ſiniſtri appenſi ſecundum Lk.

Quot igitur centra æquilibrij variorum truncorum ſint reperibilia, ex ſparſim dictis in noſtro 4. lib. in miſcellaneo hyperbolico, & in prima parte huius operis, infra patebit. Sed prius de verbo ad verbum hoc in loco tranſcribenda eſt propoſit. 21. exercit. 5. Caualerij, quæ erit nobis.

PROPOSITIO II.

Si cylindricus EFGCBA, in oppositis basibus ABC, EFG, constitutus, quæ singulæ sint parallelogrammum, vel una quacunque ex sæpe dictis infinitis parabolis, seù trilineis circa diametros BD, FH, & in basibus AC, EG, existentibus plano per verticem vnius dictarum oppositarum basium, & per basim alterius transeunte, vt per B, EG, secetur: sit autem L, centrum grauitatis basis EFG, & subinde centrum æquilibrij cylindrici EFGCBA, & fiat vt FH, ad duplam LH, ita Fk, ad KH; & vt FH, ad HL, ita FM, ad MH. Erunt K, M, centra æquilibrij truncorum; K quidem eius, quod tribus superficiebus EFG, EBG, EFGBE, vel quatuor; & M, reliqui, quod quinque EBG, ABC, EACG, EBA, GBC, comprehenditur.

DVcantur BL, & HN, quæ bifariam secet ipsam BF, in N, ijs concurrentibus in I, iungaturque Ik. Quoniam ergo in duas rectas HF, BF, ab earum terminis H, B, reflectuntur duæ rectæ HN, BL, erit per ostensa à Ptolemæo lib. pri. Almagesti cap. 12. proportio ipsius HL, ad LF, composita ex proportione HI, ad IN, & NB, ad BF. At si inter HL, LF, de foris sumamus duplam HL, eadem ratio ipsius HL, ad LF, erit composita ex rationibus HL, ad duplam HL, &



duplæ HL, ad LF. Ergo duæ rationes HI, ad IN, & NB, ad BF, æquantur duabus rationibus, nempe ipsius HL, ad duplam HL, & duplæ HL, ad LF. Sed ratio ipsius HL, ad duplam HL, eadem est rationi ipsius NB, ad BF, cum vtraque sit subdupla. Ergo ratio duplæ HL, ad LF, eadem est rationi HI, ad IN. Quia vero vt FL, ad duplam LH, ita ex constructione, Fk, ad kH, erit conuertendo, vt dupla HL, ad LF, hoc est per ostensa, vt HI, ad IN, ita HK, ad KF. Erit ergo Ik, parallela FB. Quoniam vero I, est centrum grauitatis trunci EFGB, quia HN, transit per centra grauitatis omnium parallelogrammorum, quæ fiunt à secantibus planis ipsi EC, parallelis; & BL, transit per centra grauitatis omnium parabolarum, vel trilineorum in trunco EFGB, conceptorum, ac ipsi basi EFG, æquidistantium (*quia ex ostensis in proposit. 2. lib. 1. & in scholio eiusdem, omnes illæ parabolæ, sunt eiusdem generis, & pariter eiusdem generis sunt omnia trilinea, quæ omnia nisi essent eiusdem generis non verificaretur assertum.*) Ideo erit K, eius-

eiusdem trunci centrum æquilibrij.

Rursum, quia vt truncus inferior EABCG, ad superiorem EFGB, ita est FL, ad LH; *(ex propos. 1. lib. 3.)* & vt FL, ad duplam LH, ita ex constructione, est Fk, ad kH: ideo vt FL, ad LH, seù vt truncus inferior ad superiorem, ita erit Fk, ad dimidiam kH. Et componendo, vt FH, ad HL, seù ex constructione, vt FM, ad MH, ita erit Fk, cum dimidia kH, ad dimidiam kH. Et iterum componendo, vt Fk, cum duobus dimidijs kH, seù cum kH, hoc est vt tota FH, ad dimidiam kH, ita erit eadem FH, ad HM. Ergo HM, erit dimidia kH. Cum vero ostensum sit, FK, ad dimidiam KH, esse vt FL, ad LH: erit FK, ad MH, vt tota FL, ad totam LH. Vnde reliqua KL, ad reliquam LM, erit vt tota FH, ad totam LH; scilicet vt truncus inferior ad superiorem. Cum ergo L, sit centrum æquilibrij totius cylindrici, & K, trunci superioris, erit M, centrum æquilibrij trunci inferioris. Licet autem figura exhibeat parabolam, idem tamen currit in parallelogrammo, & in quocunque trilineo, quia BL, HN, sunt semper axes grauitatis in huiusmodi truncis, talibus cylindricorum suppositis basibus.

SCHOLIVM.

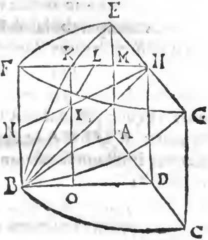
Cum ergo punctum K, sit centrum æquilibrij totius trunci superioris GEFB, sequitur quod si in semisi-

mifigura HFE, mente intelligamus duci per K, parallelam EH, in aliquo puncto ipsius erit centrum æquilibrij dimidij trunci superioris HEFB. Pariter si per punctum M, ducatur parallela EH, in aliquo puncto ipsius erit centrum æquilibrij dimidij trunci inferioris DBAEH.

Punctum K, ergo centrum æquilibrij trunci superioris diuidit FH, in K, vt FK, sit ad kH, vt FL, ad LH, duplam: sed cum in infinitis parabolis ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. FL, ad LH, sit vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit FL, ad duplam LH, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ. Erit ergo FK, ad KH, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ. Nempe in prima, vt 2. ad 2. In secunda, vt 3. ad 4. in tertia, vt 4. ad 6. & sic in infinitum, augendo antecedens vnitate, consequens vero binario. Item, quoniam M, centrum æquilibrij trunci inferioris, diuidit FH, in M, vt sit FM, ad MH, vt FH, ad HL, & rursum cum sit FL, ad LH, vt numerus vnitate auctus ad numerum, erit componendo FH, ad HL, vt duplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Erit ergo FM, ad MH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum. Nempe in prima parabola, vt 3. ad 1. In secunda vt 5. ad 2. In tertia vt 7. ad 3. & sic in infinitum, augendo antecedens binario, consequens vero vnitate.

Sed si DBA, supponatur esse quodlibet ex infinitis

nitis trilineis cuius diameter BD; quoniam in talibus trilineis, ex loc. citat. est FL, ad LH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem; erit FL, ad duplam LH, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Erit ergo Fk, ad KH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Nempe in primo, vt 2. ad 2. In secundo, vt 3. ad 2. In tertio vt 4. ad 2. & sic in infinitum, augendo antecedens vnitate, & retinendo binarium pro consequenti. Pariter in trunco inferiori, quoniam componendo, est FH, ad HL,



vt numerus trilinei binario auctus, ad vnitatem; erit etiam FM, ad MH, vt numerus binario auctus, ad vnitatem. Nempe in primo, vt 3. ad 1. In secundo, vt 5. ad 1. In tertio, vt 7. ad 1. Et sic in infinitum, augendo semper antecedens binario, & retinendo vnitatem pro consequenti.

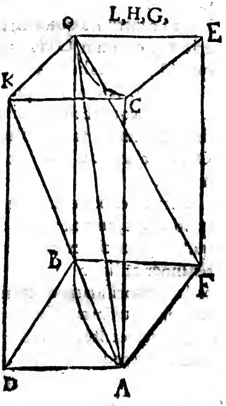
SCHOLIVM II.

Nunc coniungamus simul parallelogrammum cum superioribus figuris, seù cum dimidijs ipsarum

facilitatis gratia. Intelligamus ergo ABF, in sequenti schemate, esse quamlibet ex infinitis semiparabolis, cuius diameter BF, basis AF, & DF, sit parallelogrammum ipsi circumscriptum, & super parallelogrammo intelligamus parallelepipedum rectum kF: patet hoc diuidit in duos cylindricos, quorum bases semiparabola ABF, & trilineum ABD. Quod si intelligamus duci planum diagonaliter per FA, & per Ok, hoc secabit parallelepipedum, & duos cylindricos, in duos truncos; parallelepipedum quidem in duo prismata ADBFOk, sinistrum, & dexterum KOECAF: cylindricum super semiparabola in truncum sinistrum ABFO, & dexterum OCEFA: & cylindricum super trilineo ADB, in truncum sinistrum ADBOk, & dexterum kOCA. Amplius, prisma sinistrum parallelepipedi, constabit ex truncis sinistris cylindricorum existentium super semiparabola, & trilineo; sicuti prisma dexterum constabit ex truncis dexteris. Hinc fit, quod cum in OE, habeamus centrum æquilibrij prismatis sinistri, & pariter trunci sinistri ABFO, cylindrici existentis super semiparabola (est enim hic truncus sinister, idem cum trunco HEFB, schematis superioris, quia idem est in illo schemate, secare cylindricum plano transeunte per EH, & per B, ac in præsenti, secare cylindricum plano transeunte per FA, & per O) pariter cum ex alibi à nobis dictis, possimus elicere rationem trunci sinistri cylindrici super semiparabola, ad truncum sinistrum

cylin-

cylindrici ſuper trilineo, habebimus etiam in OE, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri ADBOk, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo. Eodem modo oſtendemus, poſſe haberi in OE, centrum æquilibrij trunci dexteri kOCA, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo, quia habemus centra æquilibrij priſmatis dexteri, & trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola; & pariter ex alibi à nobis dictis, habemus rationem trunci dexteri ſuper ſemiparabola, ad truncum dexterum ſuper trilineo.

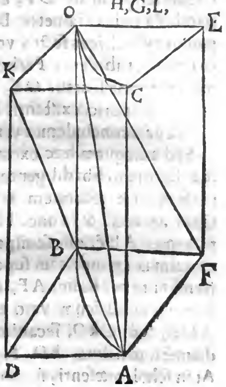


Sed trunci ſiniſtri ADBOk, centrum æquilibrij, non ſecat OE, ſecundum aliquam pulchram ſeriem, quamuis numero poſſit exprimi, in qua ratione ſecetur OE, à tali centro æquilibrij; quod nos exemplificabimus in ſemiparabola quadratica. In qua, quia ex dictis in ſchol. anteced. OE, ſecatur ab H, centro æquilibrij priſmatis ADBFOK, vt OH, ſit ſubdupla HE; & pariter ſic ſecatur in G,

centro æquilibrij trunci sinistri A B F O, vt O G, sit ad G E, vt 3. ad 4. nempe vt 9. ad 12. ergo, quarum tota O E, erit 21. O H, erit 7. O G, erit 9; & H G, erit 2. Ergo quarum H G, erit 14. talium tota O E, erit 147. O H, 49. & O G, 63. Cum ergo ex schol. 1. proposit. 14. lib. 2. sit prisma A B D F O k, ad truncum sinistrum A B F O, vt 15 ad 8. quia sic est cylindrus ad semifusum ex A B F, circa A F; erit diuidendo, truncus A B D k O, ad truncum A B F O, vt 7. ad 8. seu vt 14. ad 16. Fiat G H, ad H L, vt A B D k O, ad A B F O. Ergo L, erit centrum æquilibrij trunci A B D k O, & H L, erit 16, quorum O H, erat probata 49. Ergo reliqua O L, erit talium 33. Sed talium tota O E, erat 147. Ergo talium reliqua L E, erit 114. L, ergo, centrum æquilibrij trunci sinistri A D B O k, cylindrici existentis super trilineo, sic secabit O E, vt O L, sit ad L E, vt 33. ad 114. nempe vt 11. ad 38.

Pariter exponemus e. g. in numeris in parabola quadratica, in qua ratione secetur O E, à centro æquilibrij trunci dexteri A k O C, cylindrici existentis super trilineo A D B. Sit H, centrum æquilibrij totius prismatis dexteri k O E C A F, & G, sit pariter centrum æquilibrij trunci dexteri C O E F A, cylindrici existentis super semiparabola. Ergo ex schol. anteced. O H erit ad H E, vt 2. ad 1. nempe vt 14. ad 7. & O G, erit ad G E, vt 5. ad 2. nempe vt 15. ad 6. Quarum ergo tota O E, erit 21. talium

O G,



OG, erit 15. OH, 14. & GH, 1. Si ergo fiat vt AkOC, ad COEFA, sic reciprocè GH, ad HL, erit L, centrum æquilibrij trunci AkOC. Sed cum totum prisma sit ad COEFA (quia ad ipsum est vt cylindrus ex DF, ad annulum ex semiparabola ABF, circa DB, ex schol. 3. prop. 10. lib. 2.) vt 5. ad 4. ex schol. 2. prop. 14. lib. 3. erit diuidendo, AKOC, ad COEFA, vt 1. ad 4. Quarum ergo HG, est 1. talium erit HL, 4. Sed talium erat OH, 14. Ergo reliqua OL, erit talium 10. Sed OE, erat talium 21. Ergo reliqua LE, erit 11. Est ergo OL, ad LE, vt 10. ad 11.

SCHOLIVM III.

Sed pariter intelligamus ABF, esse vnum ex infinitis trilineis, (licet schema non exprimet) cuius diameter BF, basis AF, parallelogrammum ei cir-

circumscriptum sit DF, adeo vt ADB, sit semiparabola cuius diameter BD, basis DA. Intelligamus cylindricos sectos vt supra in anteced. schol. & omnia vt ibidem. Pariter in numeris eliciemus, in qua ratione secetur OE, à centris æquilibrij truncorum cylindrici existentis super semiparabola, quæ centra dari concludemus vt ibidem.

Sed antequam hæc exemplificemus, admonebimus lectorem, sibi diligenter considerandum esse, diuersam fore sectionem talium cylindricorum in schol. anteced. & in hoc. Nam in schol. anteced. supponentes ABF, esse semiparabolam cuius basis AF, secauimus cylindricum super ipsa existentem, plano transeunte per basim AF, & per O, punctum in latere; cylindricum vero existentem super trilineo ADB, seù CkO, secauimus plano transeunte per diametrum trilinei kO, & per punctum in latere A. At in schol. præsenti, supponentes ABF, esse trilineum, cuius basis AF, secamus cylindricum erectum super ipso, plano transeunte per basim AF, trilinei, & per O, punctum in latere: quia vero semiparabola est ADB, vel CkO, cuius diameter Ok, secamus cylindricum super ipsa situm, plano transeunte per KO, diametrum semiparabolæ, & per punctum in latere A.

Trunci autem sinistri ADBOk, cylindrici existentis super semiparabola ADB, sic venabimur in OE, centrum æquilibrij. Sit H, centrum æquilibrij prismatis sinistri, & G, centrum æquilibrij trunci si-

ci si-

ci finistri ABFO. Ergo ex schol. pri. OH, erit ad HE, vt 1. ad 2. nempe vt 5. ad 10. & OG, erit ad GE, vt 3. ad 2. nempe vt 9. ad 6. Quarum ergo tota OE, est 15. talium OH, est 5. OG, 9. & GH, 4. Ergo quarum GH, erit 20. talium tota OE, erit 75. OH, 25. & OG, 45. Quoniam vero totum prisma ADBFOK, ad truncum finistrum ABFO, est vt 6, ad 1. (quia cum sit ad ipsum vt cylindrus ex DF, ad conicum ex ABF, circa basim AF, ex citat. schol. 3. proposit. 10. lib. 2. cylindrus est ad conicum ex 2. parte proposit. 15. lib. 2. per conuersionem rationis, vt 12. & 2. seù vt 6. ad 1.) Ergo diuidendo erit truncus ADBOk, ad truncum ABFO, vt 5. ad 1. Cum ergo si fiat reciprocè vt ADBOk, ad ABFO, sic GH, ad HL, sit L, centrum æquilibrij trunci ADBOK; quarum GH, erit 5. talium HL, erit 1. & quarum GH, erit 20. talium HL, erit 4. Sed quarum HG, erat 20. talium OH, erat 25. & tota OE, 75. Ergo talium OH, erit 21. & LE, 54. L, ergo centrum æquilibrij trunci ADBOK, cylindrici existentis super semiparabola quadratica, ac resecti plano transeunte per punctum in latere & per diametrum ipsius, sic secat OE, seù DA, basim semiparabolæ in L, vt OL, sit ad LE, vt 21. ad 54. seu vt 7. ad 18.

Pariter sic reperiemus, in qua ratione secetur OE, à centro æquilibrij trunci AKOC. H, centrum æquilibrij prismatis dexteri sic secat OE, ex schol. 1.

vt

vt OH, sit ad HE, vt 2. ad 1. nempe vt 4. ad 2. G, vero centrum æquilibrij trunci dexteri COEFA, sic diuidit, vt OG, sit ad GE, vt 5. ad 1. Quarum igitur OE, est 6. talium OG, est 5. OH, 4. & GH, 1. Quia vero ex prim. parte proposit. 15. lib. 2. est per conuersionem rationis, cylindrus ex DF, ad solidum ex trilineo ABF, circa DB, diametrum parabolæ, vt 4. ad 2. seu vt 2. ad 1. cum sit etiam in tali ratione, ex schol. 3. citat. proposit. 10. lib. 2. prisma CKOEFA, ad truncum COEFA; erit diuidendo, truncus CKOA, ad truncum COEFA, vt 1. ad 1. Si ergo fiat HL, æqualis HG, erit L, centrum æquilibrij trunci KOCA. Quarum autem tota OE, erat 6; talium OH, erat 4. & HG, 1. ergo etiam talium HL, erit 1. & OH, HE, 3. ac proinde æqualis. H, ergo centrum æquilibrij illius trunci KOCA, secat OE, bifariam.

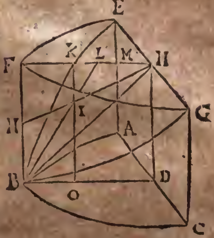
PROPOSITIO III.

Datis ijsdem, quæ in antecedenti proposit. in parabola, Lk, est ad KF, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum.

QVoniam enim est vt FL, ad duplam LH, sic FK, ad KH; ergo & componendo, vt FH, cum HL, ad duplam LH, sic FH, ad Hk. Et permutando, vt FH, cum HL, ad FH, sic dupla HL, ad Hk. Cum vero sit vt tota FH, cum HL,

ad

ad totam FH, sic ablata dupla HL, ad ablatam HK; ergo & reliqua FL, erit ad reliquam FK, vt tota ad totam; nempe vt FH, cum HL, ad FH. Cum vero sit FH, ad LH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, erit FH, cum HL, ad FH, & consequenter, LF, ad Fk, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Et diuidendo erit Lk, ad KF, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum vnitate auctum. Quod &c.



SCHOLIVM.

Ex præsenti propositione elicitur, quod kIO, (quam deinceps appellabimus altitudinem trunci EFGB, quod sic intelligendum erit in alijs) sic secatur ab I, centro grauitatis prædicti trunci, vt OI, sit ad IK, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Nempe in prima, vt 3. ad 1. In secunda, vt 5. ad 2. In tertia vt 7. ad 3. Et sic in infinitum, augendo antecedens binario, con-

sequens vero vnitate. Quod patet; quia ob parallelismum FH, BD, triangula KIL, BIO, sunt similia. Est ergo BO, seu Fk, ad KL, vt OI, ad Ik, nempe vt duplus numerus vnitate auctus, ad numerum.

In eadem etiam ratione erit BI, ad IL. Cum ergo existente EFG, prima parabola, nempe triangulo, sit EFGB, Pyramis triangularem basim habens, sequitur propositionem ab alijs propositam, in qua asserunt BL, ductam à vertice pyramidis ad centrum basis, sic secari ab I, centro grauitatis pyramidis, vt BI, sit ad IL, vt 3. ad 1. posse esse huius corollarium.

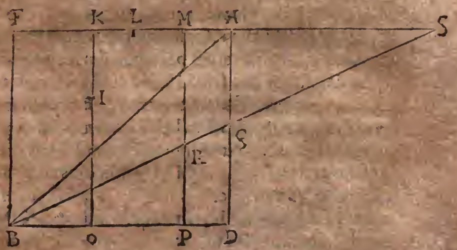
Quod vero I, sit centrum grauitatis prædicti trunci, patuit supra; dum dictum fuit in HN, esse centrum grauitatis omnium parallelogrammorum trunci parallelorum parallelogrammo AG, & pariter in BL, esse centrum grauitatis omnium parabolarum trunci EFGB, nempe omnium planorum ipsi parabolæ GFE, parallelorum.

Eodem modo patet, si à puncto B, ad medium punctum HD, mente intelligamus duci lineam, in ipsa esse centrum grauitatis omnium parallelogrammorum trunci dexteri CAEGB, & subinde ipsius trunci. Si ergo per punctum M, centrum æquilibrij trunci, mente intelligamus duci lineam parallelam HD, secantem priorem ductam; punctum in quo se secant, erit centrum grauitatis prædicti trunci dexteri.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Centrum grauitatis trunci dexteri cylindrici existentis super quacunque parabola, resecti vt supra per basim, & punctum in latere, sic diuidit eius altitudinem, vt pars non terminans ad basim, sit ad reliquam, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum.

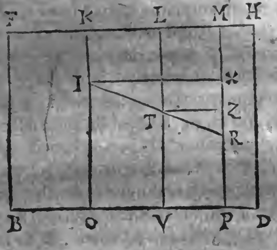


VT distintius deinde procedamus, in sequenti figura exponatur parallelogrammum FD, seorsim antecedentis figuræ, adeo vt triangulum BFH, repræsentet nobis truncum sinistrum GEFB; triangulum vero BHD, repræsentet nobis truncum dexterum AEGCB; K, sit centrum æquilibrij trunci

 sini-

sinistri; L totius cylindrici; M, dexteri; & I, sit centrum grauitatis trunci sinistri: sit MP, altitudo trunci dexteri BHD. Dico hanc sic secari à centro grauitatis prædicti trunci dexteri, vt pars terminata ad M, sit ad reliquam, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ducatur BQ, ad medium punctum HD, secans MP, in R, & occurrens FH, in S. Erit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri, quia hoc est tam in MP, quam in BQ. Ob parallelismum HS, BD, & æqualitatem HQ, QD, erit HS, æqualis BD, vel FH. Cum autem, ex schol. pri. proposit. 2. sit FM, ad MH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, erit componendo; FH, ad HM, seù SH, ad HM, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Et rursum componendo, erit SM, ad MH, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Sed conuertendo, erat ex schol. citat. HM, ad MF, vt numerus ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo ex æquali, erit SM, ad MF, nempe ad BP; nempe MR, ad RP, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Quod &c. Erit ergo MR, ad RP, in pri. para. vt 5. ad 3. In secunda, vt 9. ad 5. In tertia, vt 13. ad 7. & sic in infinitum, augendo antecedens, quaternario, consequens vero binario.

ALITER.



IN ſequenti ſchemate, ducatur LV, in cuius medio puncto T, erit centrum grauitatis totius cylindrici repræſentati ab FD: Sit I, centrum grauitatis trunci ſiniſtri, & ducatur ITR, occurrens MP, in R. Erit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus. Dico MR, eſſe ad RP, vt quadruplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ducantur IX, TZ, parallelæ FH. Erit ergo ex ſchol. propoſit. 3. KI, ad IO, ſeu MX, ad XP, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum vnitate auctum; nempe vt duplus numerus, ad quadruplum numerum binario auctum. Quarum ergo

MP,

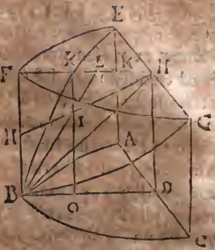
M P, est sextuplus numerus binario auctus, M X, est duplus numerus, M Z, quia dimidia M P, erit triplus numerus vnitate auctus, & X Z, erit numerus vnitate auctus. Cum ergo truncus B H D, dexter sit ad truncum sinistrum B F H, ex proposit. pri. lib. 3. reciproce vt F L, ad L H, nempe vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ; & pariter cum sit idem truncus dexter ad truncum sinistrum, vt reciprocè I T, ad T R. Erit & I T, ad T R, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Sed propter parallelas I X, T Z, est etiam vt I T, ad T R, sic X Z, ad Z R. Ergo & X Z, ad Z R, erit vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Quarum ergo X Z, est numerus parabolæ vnitate auctus, Z R, est numerus parabolæ. Sed talium erat M Z, triplus numerus vnitate auctus, & M P, sextuplus numerus binario auctus. Ergo talium erit M R, quadruplus numerus vnitate auctus, & reliqua R P, duplus numerus vnitate auctus. Est ergo M R, ad R P, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitatem auctum. Quod &c.

PROPOSITIO V.

Datis ijsdem, quæ in proposit. 2. in duplicato trilineo, L k, est ad K F, vt vnitas ad numerum trilinei binario auctum.

Quo-

QVoniam ènim est ex hypothesi, FK, ad kH, vt FL, ad duplam LH; ergo & componendo, vt FH, cum HL, ad duplam LH, sic FH, ad Hk. Et permutando, erit FH, cum HL, ad FH, vt dupla HL, ad Hk. Cum ergo sit vt tota ad totam, sic ablata ad ablatam, erit & reliqua ad reliquam, vt tota ad totam. Est ergo vt FH, cum HL, ad FH, sic LF, ad FK. Cum vero ex hypothesi, sit FL, ad LH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem, erit duabus vicibus componendo, FH, cum HL, ad HL, vt numerus trilinei ternario auctus, ad vnitatem. Quare per conuersionem rationis, erit FH, cum HL, ad FH, vt numerus trilinei ternario auctus, ad numerum binario auctum. Ergo & LF, ad Fk, erit vt numerus ternario auctus, ad numerum binario auctum. Et diuidendo, erit LK, ad kF, vt vnitas, ad numerum binario auctum. Nempe in primo vt 1. ad 3. In secundo, vt 1. ad 4. In tertio, vt 1. ad 5. Et sic in infinitum, augendo consequens vnitate, & retinendo vnitatem pro antecedenti. Quod &c.



SCHO-

SCHOLIVM.

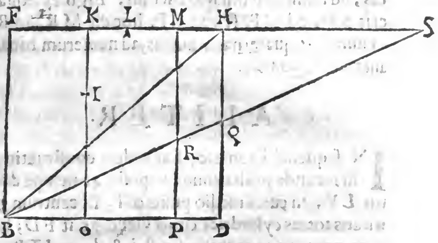
Etiam ex præsenti proposit. elicitur, k O, altitudinem trunci sinistri EFGB, sic diuidi ab I, centro grauitatis trunci, vt k I, sit ad I O, vt vnitas, ad numerum trilinei binario auctum. Est enim k I, ad IO, vt L k, ad B O, seù ad k F.

Etiam L I, ad I B, erit in eadem ratione. Supposito ergo EFG, triangulo, etiam in præsenti elicitur, quod deductum est in scholio proposit. 3. circa pyramidem.

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis trunci dexteri cylindrici existentis super quocunque duplicato trilineo parabolico, secto vt dictum est in proposit. 2. sic diuidit eius altitudinem, vt pars non terminans ad basim, sit ad reliquam, vt numerus quaternario auctus, ad numerum binario auctum.

ETiam in hac propositione distinctionis gratia, exponatur in sequenti figura, tantum parallelogrammum FD, cum cæteris vt in schemate superiori, ita vt BFH, gerat vicem trunci sinistri, BHD, verò trunci dexteri. Pariter nunc, k, sit centrum æquilibrij trunci sinistri, L totius cylindrici; M, trunci dexteri; & dacta MP, altitudine trunci dexteri, sit R, eius centrum grauitatis. Dico esse MR, ad RP, vt



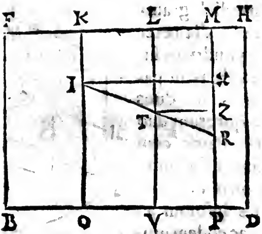
vt numerus trilinei quaternario auctus, ad numerum binario auctum. Nempe vt 5. ad 3. in primo. In secundo vt 6. ad 4. In tertio vt 7. ad 5. Et sic in infinitum augendo ambos terminos vnitate. Ducatur pariter BQ, ad medium punctum HD; in qua cum sit centrum grauitatis trunci dexteri, quia in ipsa est centrum grauitatis omnium parallelogrammorum parallelorum in schem. proposit. anteced. ipsi EC, transiet per R. Producatur hæc donec concurrat cum FH, producta in S. Quoniam HQ, est æquali QD, & HS, parallela BD, erit etiam ei æqualis, hoc est ipsi FH. Cum autem ex schol. prim. propo-sit. 2. sit FM, ad MH, vt numerus trilinei binario auctus, ad vnitatem, erit componendo duabus vicibus, FH, cum HM, ad HM; nempe SM, ad MH, vt numerus trilinei quaternario auctus, ad vnita-

Q tem.

tem. Sed conuertendo, est HM, ad MF, vt vnitas, ad numerum binario auctum. Ergo ex æquali, erit SM, ad MF, seù ad BP; hoc est MR, ad RP, vt numerus quaternario auctus, ad numerum binario auctum. Quod &c.

ALITER.

IN sequenti schemate, fiat eadem constructio, vt in secunda probatione proposit. 4. nempe ducatur LV, in cuius medio puncto T, sit centrum grauitatis totius cylindrici cuius vicem gerit FD; I, sit centrum grauitatis trunci sinistri, & ducta ITR, occurrens MP, sit R, centrum grauitatis trunci dexteri, ex famosis Archimedis doctrinis in æqueponderantibus. Dico MR, esse ad RP, in præfata ratione. TZ, IX, sint pariter parallelæ FH, BD. Erit ergo kb, ad 1O, ex schol. proposit. 5. seu MX, ad XP, vt vnitas, ad numerum trilinei binario auctum; nempe vt binarium, ad duplum numerum quaternario auctum. Qualium ergo tota MP, est duplus numerus senario auctus, MX, est binarium; MZ, numerus ternario auctus; & XZ, numerus vnitate auctus. Cum ergo truncus dexter sit ad truncum sinistrum ex proposit. pri. lib. 3. reciprocè vt FL, ad LH, nempe vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem; & pariter sit truncus dexter ad truncum sinistrum reciprocè, vt IT, ad TR. Erit IT, ad TR, & consequenter XZ, ad ZR, vt numerus vni-

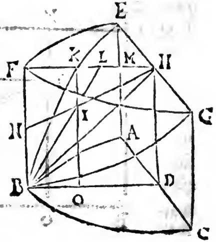


vnitate auctus, ad vnitatem. Qualium ergo XZ, est numerus vnitate auctus, ZR, erit vnitas. Sed talium erat MZ, numerus ternario auctus, & tota MP, duplus numerus senario auctus. Ergo talium erit MR, numerus quaternario auctus, & RP, reliqua, numerus binario auctus. Diuidit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri BHD, in prædicta ratione ipsam MP. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VII.

Centrum grauitatis prismatis, quod est dimidium cylindrici existentis super parallelogrammo, sic diuidit eius altitudinem, vt pars terminata ad basim, sit ad reliquam vt 1. ad 2.

SVpponamus EFG, esse parallelogrammum, cuius diameter FH, & cylindricus super ipso existens sit pariter diuisus in duos truncos, qui erunt duo prismata. Patet cum hæc prismata sint similia, & æqualia, etiam altitudines ipsorum æqualiter, ac eodem modo secari ab ipsorum centris grauitatis. Sit ergo kO, altitudo prismatis sinistri EFGB, & I, sit eius centrum grauitatis. Dico kI, esse dimidiam IO. Nam Fk, est ad KH, vt 1. ad 2. nempe vt 2. ad 4. ex schol. prim. proposit. 2. Sed FL, est ad LH, vt 3. ad 3. Ergo Lk, erit ad kF, nempe ad BO, vt 1. ad 2. Sed ob similitudinem triangulorum LkI, BIO, est vt LK, ad BO, sic kI, ad IO. Ergo kI, erit dimidium IO. Quod &c.



SCHOLIVM.

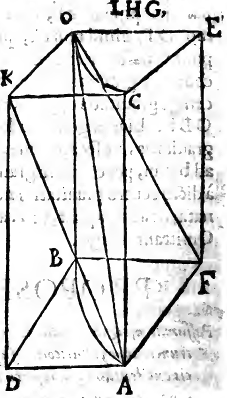
Sed hæc propositio est etiam manifesta ex eo, quod prisma dimidium cylindrici, seu parallelepipedi existentis super parallelogrammo, aliud non est, quam alius cylindricus super triangulo existens. V. g. in sche-

schemate sequenti, prisma ADBFOk, dimidium parallelepipedi kF, existentis super parallelogrammo DF, aliud non est, quam cylindricus, cuius oppositæ bases triangula ADk, OBF. Eius ergo centrum grauitatis erit in medio lineæ iungentis centra grauitatis oppositorum triangulorum KDA, OBF. Eius ergo altitudo secabitur ab eius centro grauitatis, vt secatur linea ducta à k, vertice vsque ad basim, per centrum grauitatis trianguli transiens, à dicto centro grauitatis; nempe vt pars ad k, terminata, sit ad reliquam, vt 2. ad 1. Hæc sunt clarissima. Omittantur ergo.

PROPOSITIO VIII.

Possumus assignare rationes in quibus secentur altitudines truncorum cylindricorum super infinitis trilineis parabolicis existentium, ac resectorum plano diagonaliter transeunte per diametrum trilinei, ac per punctum in latere, ab ipsorum centris grauitatis.

Esto quælibet semiparabola ABF, cuius basis AF, diameter BF, cum sibi circumscripto parallelogrammo DF, adeo vt BDA, sit trilineum cuius diameter BD, basis DA. Super parallelogrammo intelligatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per AF, & per OK. Hic diuiditur in duo prismata, sinistrum ADkOFB, & dexterum AkCEFO: & prisma sinistrum, vt



explicatum fuit in scholium 2. proposit. 2. diuiditur in truncum sinistrum ABFO, cylindrici existentis super semiparabola, & in truncum ADBOK, cylindrici existentis super trilineo ADB, ac resecti plano transeunte per diametrum kO, ac A, punctum in latere. Pariter prisma dexterum diuiditur in truncum dexterum COEFA, cylindrici existentis super semiparabola, & in truncum OkCA, cylindrici existentis super trilineo. Truncorum cylindricorum existentium super semiparabola, hoc est eiusdem duplicatorum ad partes BE, assignauimus supra, in quibus rationibus secentur ipsorum altitudines ab ipsorum centris grauitatis. Nempe trunci sinistri, in schol. proposit. 3. (truncus enim præsens ABFO, est idem cum trunco EFHB, in schemate illius proposit.) trunci vero dexteri in proposit. 4. Nunc intelligimus ostendere posse doceri, in quibus rationibus secentur altitudines truncorum ADBOk,

KOCA,

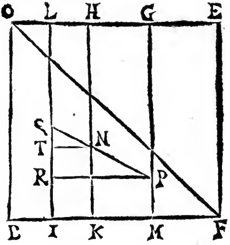
LOCA, seu ipsorum ad partes BE, duplicatorum, ab ipsorum centris grauitatis; hoc est v. g. in prismate sinistro, supposito H, esse ipsius centrum æquilibrij; G, trunci ABFO; & L, trunci ADBOK, si hæc solida appendantur secundum OE; patet quod si per L, ducatur in plano OF; vsque dum occurrat ipsi BF, parallela OB, EF, in hac esse centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK, ad partes BE. Hæc linea à nobis nuncupatur altitudo trunci, in qua dicimus posse assignari, in qua ratione secetur à centro grauitatis illius trunci duplicati. Idem intelligatur in prismate dextero. Sed vt clarius procedamus, exponatur tantum parallelogrammum BE, cum suo diametro OF, adeo vt BOF, triangulum nobis repræsentet prisma sinistrum; triangulum OEF, prisma dexterum; HK, sit altitudo prismatis sinistri ADBFOk, duplicati ad partes BE, ducta per eius centrum æquilibrij, adeo vt in ipsa sit centrum grauitatis duplicati prismatis; GM, sit altitudo duplicati trunci ABFO; LI, duplicati trunci ADBOk, in quibus pariter sint ipsorum truncorum centra grauitatis. Sit N, centrum grauitatis duplicati prismatis; P, vero sit centrum grauitatis duplicati trunci existentis super semiparabola. Ducta ergo PNQ, sciemus ex Archimede in æqueponderantibus, Q, esse centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk, existentis super trilineo. Ducantur PR, NT, parallelæ OE. Ex proposit. 7. scimus, in qua ratione secetur HK, ab N,

cen-

centro grauitatis duplicati prismatis. Pariter ex schol. proposit. 3. scimus, in qua ratione secetur GM, in P, à centro grauitatis duplicati trunci ABFO. Scimus ergo quænam sit ratio, quam habet LR, ad RI, & quænam sit illa, quam habet LT, ad TI. Ex proposit. 14. lib. 2. scimus, quæ nam sit ratio, quam habet PN, ad NQ (quia scimus rationem, quam habet truncus ADBOK, ad truncum ABFO, est enim ad ipsum vt excessus cylindri ex DF, circa AF, supra semifusum ex ABF, circa AF, ad ipsum) & consequenter, scimus eam, quam habet RT, ad TQ, ob parallelismum RP, TN. Ergo patet, nos posse scire, in qua ratione secetur LI, à centro grauitatis Q. Sed hæc clarius percipientur in scholio sequenti.

Et hæc quidem in trunco ADBOk. Quomodo autem secetur altitudo duplicati trunci AkOC, à suo centro grauitatis, sciemus sic. Sit Hk, altitudo totius cylindrici existentis super trilineo ADB, & consequenter eius duplicati ad partes BE, transiens per eius centrum æquilibrij H. Ergo in medio puncto N, ipsius HK, erit centrum grauitatis huius duplicati cylindrici. Sit Q, vt prius centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK; si ergo producatur QN, prius ducta, vsque ad P, erit P, centrum grauitatis duplicati trunci AKOC. Sint rursum NT, PR, parallelæ vt prius, ipsi OE. Iam scimus rationem, quam habet HN, ad NK, seu LT, ad TI. Pariter scimus rationem, quam

habet



habet LQ, ad QI. Rationem vero, quam habet PN, ad NQ, seu RT, ad TQ, ſcimus ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. in qua aſſignamus rationem, quam habet conicus ex ADB, trilineo reuoluto circa diametrum DB, ad ſolidum ex eodem reuoluto circa FA; ſciemus ergo etiam facile rationem LR, ad RI, ſeù GP, ad PM. Ergo poſſumus ſcire in quibus rationibus ſecentur altitudines prædictorum truncorum duplicatorum ab ipſorum centris grauitatis. Quod &c.

SCHOLIVM.

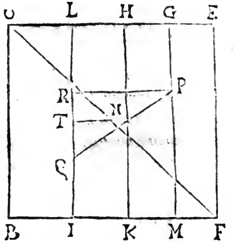
Sed in numeris ſunt hæc omnia exemplificanda, vt clarius, & diſtintius ſupra dicta intelligantur.

Exemplificabimus in parabola quadratica, & prius quidem in trunco sinistro.

In hac, HK, altitudo prismatis sinistri, sic secatur ab eius centro grauitatis N, ex proposit. 7. vt HN, sit dupla NK. GM, vero altitudo duplicati trunci sinistri ABFO, existentis super semiparabola, sic secatur ab eius centro grauitatis P, vt GP, sit ad PM, vt 5. ad 2. ex schol. proposit. 3. Qualium ergo tota LI, est 7. talium GP, seù LR, erit 5. & HN, seù LT, erit 4. cum $\frac{2}{3}$; vnde talium erit TR, $\frac{1}{3}$. Quod si hæc multiplicentur per 21. qualium TR, erit 7. talium tota LI, erit 147. LR, 105. & LT, 98. Cum vero sit PN, ad NQ, seu RT, ad TQ, vt truncus ADBOk, ad truncum ABFO, nempe vt excessus cylindri ex DF, ad semifusum ex ABF; nempe ex schol. prim. proposit. 14. lib. 2. vt 7. ad 8. qualium RT, erit 7, talium TQ, erit 8. Ergo reliqua LQ, erit talium 90. quia tota LT, talium erat 98. Cum ergo talium tota LI, esset 147, reliqua QI, erit 57. secatur ergo LI, altitudo trunci duplicati ADBOk, in trilineo parabolico quadratico à Q, eius centro grauitatis, vt LQ, sit ad QI, vt 90. ad 57. & subtriplando terminos, vt 30. ad 19.

Trunci vero dexteri AkOC, duplicati sic reperiemus rationem in qua secetur eius altitudo ab eius centro grauitatis. Hk, altitudo duplicati cylindrici ADBOCk, secatur in medio ab eius centro grauitatis N. Qualium ergo tota LI, est 49. & LQ,

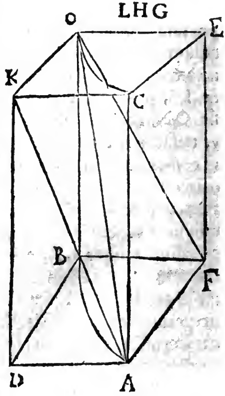
30.



30. talium erit HN, seù LT, 24, cum dimidia; & talium erit QT, 5. cum dimidia. Et multiplicando omnia per 6. Qualium QT, erit 33. talium tota LI, erit 294. LQ, 180. & LT. 147. Sed cum sit QN, ad NP, nempe QT, ad TR, reciprocè, vt truncus AKOC, ad truncum ADBOk; nempe vt conicus ex ADB, circa DB, ad solidum ex eodem circa FA; nempe ex schol. proposit. 8. vt 3. ad 7. nempe vt 33. ad 77. Qualium QT, erit 33. talium TR, erit 77. Sed talium LT, erat 147. Ergo talium reliqua LR, erit 70. Sed talium tota LI, erat 294. Ergo talium reliqua RI, erit 224. Secatur ergo LI, in R, seu GM, altitudo in P, à centro grauitatis duplicati trunci AkOC, sic vt GP, pars terminans ad basim, sit ad reliquam, vt 70. ad 224. Nempe reducendo ad minimos terminos, vt 5. ad 16.

PROPOSITIO IX.

Possumus assignare rationes, in quibus secentur altitudines truncorum cylindricorum super infinitis semiparabolis, quarum exponentes sint numeri pares, existentium, ac resectorum plano diagonaliter transeunte per diametrum parabolæ, ac per punctum in latere, ab ipsorum centris grauitatis.



SVpponamus A B F, esse quodlibet ex infinitis trilineis, cuius basis A F, diameter BF, cum sibi circumscripto parallelogrammo D F, sic vt B D A, sit semiparabola, cuius diameter B D, basis D A. Super parallelogrammo sit cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per A F, & per Ok. Hic diuiditur in duo prismata, & quodlibet prisma in duos truncos, vt fusius explicatum fuit in

prin-

ſincipio propoſit. antecedent. Dicimus nos poſſe ſcire, in quibus rationibus ſecentur altitudines truncorum duplicatorum ad partes B E, exiſtentium ſuper ſemiparabola A D B, cuius exponens ſit numerus par, ab ipſorum centris grauitatis. Etiam nunc claritatis gratia, exponatur parallelogrammum B E, & H K, ſit altitudo duplicati priſmatis ſiniſtri; G M, ſit altitudo duplicati trunci A B F O, exiſtentis ſuper trilineo. Sit N, centrum grauitatis duplicati priſmatis, & P, centrum grauitatis duplicati trunci A B F O. Pariter ſit L, centrum æquilibrij duplicati trunci A D B O K, exiſtentis ſuper ſemiparabola A D B, talis cylindrici, qui ſit ſectus plano tranſeunte per diametrum O K, ſemiparabolæ k O C, & punctum A, in latere (huius enim trunci poſſe nos habere centrum æquilibrij L, patuit in ſchol. 3. propoſit. 2.) In L I, ergo eius altitudine, erit eius centrum grauitatis. Si ergo ducatur P N, quæ producatur vſque ad Q, erit Q, centrum grauitatis duplicati trunci A D B O K. Ducantur N T, P R, parallelæ vt prius. Ex propoſit. 7. ſcimus, in qua ratione ſecetur H k ab, N, ſeù L I, à T. Ex ſchol. propoſit. 5. ſcimus rationem G P, ad P M, ſeu L R, ad R I. Rationem P N, ad N Q, ſeu R T, ad T Q, ſcimus ex prim. parte propoſit. 15. lib. 2. in qua diuidendo, aſſignatur ratio exceſſus cylindri ex D F, ſupra conicum ex trilineo A B F, reuoluto circa baſim A F, ad ipſum poterimus ergo etiam ſcire rationem L Q, ad Q I.

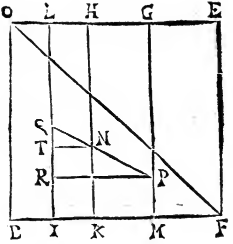
Eo-

Eodem modo, quo factum est in proposit. anteced. poterimus scire, quomodo secetur altitudo trunci AkOC, ab eius centro grauitatis; supponentes Hk, esse altitudinem totius cylindrici duplicati existentis super semiparabola DBA; Q, esse centrum grauitatis duplicati trunci AD BOk; & GM, esse altitudinem duplicati trunci AKOC. Si enim QN, transiens per N, medium punctum Hk, producatur vsque ad P, erit P, centrum grauitatis duplicati trunci Ak OC. Sint ergo rursum RP, TN, parallelæ, vt prius. Iam scimus HN, æquari Nk, & LT, æquari TI. Scimus rationem LQ, ad QI. Rationem QT, ad TR, scimus ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 3. in qua assignata fuit ratio, quam habet conoides parabolicum ex semiparabola ADB, reuoluta circa DB, diametrum, ad annulum ex eadem reuoluta circa AF. Ergo facile poterimus scire rationem LR, ad RI, seu GP, ad PM. Quare &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

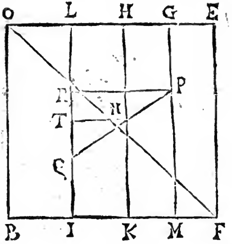
Sed exemplificatio per numeros, vt factum est in schol. proposit. anteced. dilucidabit hæc omnia. Supponamus ergo vt prius, nos discurrere, & exemplificare in parabola quadratica. HN, est dupla Nk (quia altitudo prismatis) ex proposit. 7. GP, vero, erit ad PM, vt 4. ad 1. ex schol. proposit. 5.

Qua-



Qualium ergo tota L I, eſt 5. talium H N, ſeu L T, erit 3. $\frac{1}{3}$. L R, 4 & T R, $\frac{2}{3}$. Et qualium T R, erit 5. talium tota L I, erit 37. $\frac{1}{2}$; L T, erit 25; L R, 30. Cum ergo ſit reciprocè P N, ad N Q, ſeù R T, ad T Q, vt truncus A D B O k, ad truncum, A B F O, nempe vt annulus ex ſemiparabola D B A, reuoluta circa A F, ad conicum ex trilineo A B F, circa baſim F A; & cum ſit talis annulus ad talem conicum ex 2. parte propoſit. 15. lib. 2. per conuerſionem rationis, & diuidendo, vt 5. ad 1. Ergo qualium R T, erit 5. talium T Q, erit 1. Cum ergo talium eſſet L T, 25. & L I, 37 $\frac{1}{2}$. Erit talium L Q, 24, & Q I, 13. $\frac{1}{2}$ Eſt ergo L Q, ad Q I, vt 24. ad 13. $\frac{1}{2}$. nempe vt 16. ad 9.

Trunci vero A K O C, ſic reperietur centrum gra-



grauitatis in numeris. Sit Q, centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk, & N, totius duplicati cylindrici existentis super semiparabola ADB. Qualium ergo LI, est 25. talium HN, seu LT, dimidia LI, est 12. $\frac{1}{2}$ LQ, 16. & QT, 3 $\frac{1}{2}$. Et qualium QT, est 3. talium LI, est 21. $\frac{3}{7}$. & LQ, 13 $\frac{5}{7}$. Cum ergo sit vt QN, ad NP, seu vt QT, ad TR, sic reciprocè truncus AkOC, ad truncum ADBOk, nempe conoides ex semiparabola DAB, reuoluta circa diametrum DB, ad annulum ex eadem circa AF; & cum sit conoides ad annulum, vt 3. ad 5. ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 3. qualium QT, erit 3. talium TR, erit 5. Ergò talium LR, erit 5. $\frac{5}{7}$. Et reliqua RI. erit 15 $\frac{5}{7}$. Erit ergo LR, ad RI, & consequenter GP, ad PM. vt 5. $\frac{5}{7}$, ad 15. $\frac{5}{7}$, nempe vt 4. ad 11.

PRO-

PROPOSITIO X.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super semiparabola quacunque, resecti plano transeunte per basim semiparabolæ, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in basi assignare.

ESto semiparabola quæcunque A B C, cuius diameter A B, basis B C, super C A B, verò intellecto cylindrico recto, secto hic diagonaliter plano transeunte per basim C B, & per punctum in latere, diuidat ipsum in duos truncos, & truncus sinister sit C A B D; huius oportet in basi A B C, centrum æquilibrij assignare. Diuidatur A B, in E, vt A E, sit ad E B, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ, ac per E, ducatur E F, indefinita parallela B C, basi semiparabolæ. Erit ergo in E F, centrum æquilibrij trunci C A B D, secundum basim appensi, ex schol. prim. proposit. 2. Quoniam vero ex schol. proposit. 1. truncus C A D B, est proportionaliter analogus cum semifuso ex C A B, circa C B, & cum omnium semifusorum sit repertum in C B, centrum grauitatis in proposit. 31. miscell. erit quoque repertum in C B, centrum æquilibrij trunci C A D B. Sit hoc G. Si ergo per G, ducatur parallela A B, etiam in ipsa erit centrum æquilibrij illius trunci appensi secundum basim. Sed & in E F. Ergo in F, vbi se secant. Inuentum est

S ergo

ergo F, centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Quod &c.

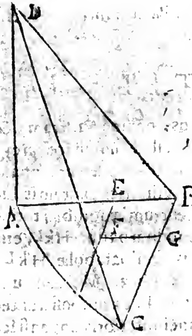
SCHOLIVM.

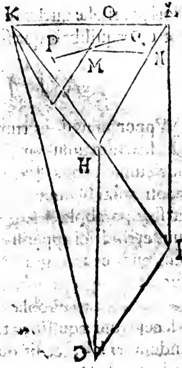
Si ergo à puncto F, erigatur altitudo trunci æqualis D A, ipsa sic diuidetur à centro grauitatis trunci, vt diuisa est in proposit. 3. altitudo trunci duplicati. Quod intelligendum est etiam in sequentibus propositionibus, in quibus reperientur centra æquilibrij in basi dimidij illorum truncorum, quorum duplicatorum reparta fuerunt in altitudinibus centra grauitatis.

PROPOSITIO XI.

Trunci dexteri eiusdem cylindrici, centrum æquilibrij in basi reperire.

SEd esto eiusdem cylindrici truncus dexter k L H B C, huius oportet in k H L, semiparabola, centrum æquilibrij trunci secundum ipsam appensi, reperire. Diuidatur k L, in O, vt sit K O, ad O L, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, & per O, ducatur O M, indefinita parallela basi L H. Ergo in ipsa, ex schol. prim. proposit. 2, erit centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Rursum, quoniam ex schol. proposit. 1. truncus est proportionaliter analo-





analogus cum annulo orto ex reuolutione semiparabolæ H k L, circa ductam per verticem k, ipse H L, parallelam; ergo H L, secabitur eodem modo à centro æquilibrij trunci, sicuti secatur axis illius annuli à centro grauitatis ipsius. Diuidatur ergo L H, in N, vt sit L N, ad N H, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum ternario auctum, sicuti ex proposit. 18. lib. 4. secatur prædictus axis à centro grauitatis annuli ex semiparabola,

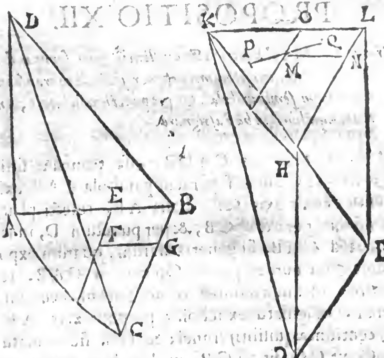
circa ductam per verticem basi parallelam, & per N, ducatur parallela axi kL, semiparabolæ, occurrens priori parallelæ ductæ in M. Patet punctum M, esse centrum æquilibrij quæsitum.

ALITER.

SVpponamus duos truncos, nempe sinistrum, & dextrum simul vniri ad restituendum totum cylindricum, vt basis KHL, nobis repræsentet vnam oppositarum basium totius cylindrici existentis super semiparabola. Ergo centrum æquilibrij totius huius cylindrici appensi secundum basim HkL, erit idem cum centro grauitatis semiparabolæ HkL. Inuenietur ergo ex proposit. 5. lib. 3. M, centrum grauitatis semiparabolæ, & sit P, ex proposit. anteced. centrum æquilibrij trunci inferioris appensi secundum HkL, & sit ducta PM, quæ taliter sit producta ad Q, vt sit reciprocè QM, ad MP, vt truncus inferior ad superiorem. Erit ex Archimede in æqueponderantibus, Q, centrum æquilibrij trunci superioris HKLBC, appensi secundum HkL. Patet ergo, qualiter dato centro æquilibrij in basi alterutrius truncorum, statim possimus ex proportione truncorum ad inuicem, assignare in eadem basi centrum æquilibrij alterius trunci.

Sed rationem truncorum ad inuicem cylindrici existentis super semiparabola quacumque, & per basim semiparabolæ, & punctum in latere resecti, ha-

bemus



bemus ex coroll. pri. proposit. 4. lib. 3. vbi assignantur rationes repertæ inter infinitos fusos parabolicos, & infinitos annulos ex semiparabolis reuolutis circa ipsas in vertice tangentes.

Per M, ducta altitudine trunci, habebimus ex proposit. 4. in qua ratione secetur à centro grauitatis trunci.

PROPOSITIO XII.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super semiparabola, cuius exponens sit numerus par, resecti plano transeunte per axim semiparabolæ, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in basi assignare.

SEd supponamus CADB, esse truncum sinistrum cylindrici super semiparabola CAB, existentis, cuius axis CB, basis AB, resecti plano transeunte per axim CB, & per punctum D, in latere; sed CAB, sit generis illarum, quarum exponentes sunt numeri pares. Oportet in CAB, reperire centrum æquilibrij trunci appensi secundum ipsam. Inueniatur ex schol. 3. proposit. 2. in AB, E, centrum æquilibrij trunci; & CB, sic diuidatur in G, vt CG, sit ad GB, vt dimidium numeri parabolæ vnitate auctum, ad dimidium numeri parabolæ. Erit G, ex proposit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis orti ex reuolutione semiparabolæ CAB, circa CB. Si ergo per puncta E, G, ducantur parallelæ BC, & BA, punctum F, in quo se secant, erit centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Quod &c.

Per F, erecta altitudine, habebimus in ipsa centrum grauitatis ex proposit. 9.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Trunci dexteri eiusdem cylindrici, centrum æquilibrij in basi assignare.

TRunci dexteri HkLBC, eiusdem cylindrici, sic inueniemus centrum æquilibrij in HkL. Ex schol. 3. citat. proposit. 2. inueniemus in kL, basi semiparabolæ O, centrum æquilibrij trunci. Cum vero truncus sit proportionaliter analogus cum annulo orto ex semiparabola reuoluta circa ductam per extremitatem K, HL, diametro parallelam, axis talis annuli, secabitur in eadem ratione, in qua secatur HL, à centro æquilibrij trunci. Sed ex proposit. 33. miscell. habetur, in qua ratione secetur axis illius annuli. Ergo habebimus etiam punctum N, centrum æquilibrij trunci. Si ergo, vt prius, ducamus OM, NM, parallelas kL, HL, sese secantes in M; erit inuentum M, centrum æquilibrij trunci prædicti.

ALITER.

SVpponamus rursum, duos truncos vniri, vt M, sit centrum semiparabolæ, & consequenter totius cylindrici. Sit pariter P, centrum æquilibrij trunci sinistri; si PM, ducatur, & sic producatur ad Q, vt sit reciprocè QM, ad MP, vt truncus sinister

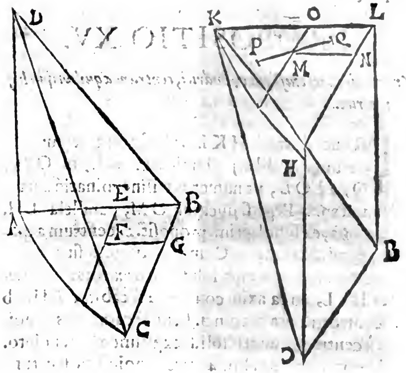
ster, ad truncum dexterum; erit Q, centrum æquilibrij prædictum. Sed ratio trunci ad truncum habetur ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 2. in qua assignatur ratio, quam habet quodlibet conoides parabolicum, ad annulum cuiuslibet semiparabolæ, reuolutæ circa parallelam diametro ductam per extremitatem basis.

Centrum grauitatis in altitudine trunci demissa à puncto M, habetur ex proposit. 9.

PROPOSITIO XIV.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super trilineo parabolico, cuius exponens sit numerus par, resecti plano transeunte per basim trilinei, & punctum in latere, centrum æquilibrij in basi assignare.

SEd supponamus C A B, esse quodlibet ex infinitis trilineis, cuius exponens sit numerus par, & cuius axis sit A B, basis B C, & pariter supponamus C A D B, esse truncum sinistrum cylindrici recti existentis super trilineo, & resecti plano transeunte per C B, basim trilinei, & per punctum in latere; huius oporteat reperire centrum æquilibrij in basi, secundum ipsam appensi. Diuidatur A B, in E, vt sit A E, ad E B, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Erit ergo in E F, parallela B C, centrum æquilibrij talis trunci, ex schol. prim. proposit. 2. Cum autem truncus sit proportionaliter ana-



logus cum conico orto ex reuolutione trilinei CAB, circa basim BC; & cum in schol. proposit. 33. miscell. assignatus fuerit modus reperiendi G, centrum grauitatis illius conici: erit consequenter patefactus modus inueniendi G, centrum æquilibrij illius trunci. Si ergo per G, ducatur parallela AB, secans EF, in F. Erit inuentum F, centrum æquilibrij quod quærebatur. Quod si ab ipso erigatur altitudo

T trunci,

trunci, in ipsa habebimus ipsius centrum grauitatis ex proposit. 5.

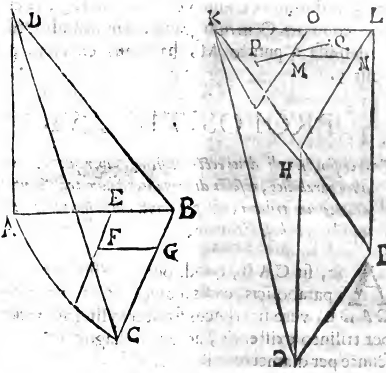
PROPOSITIO XV.

Trunci dexteri eiusdem cylindrici, centrum æquilibrij in basi reperire.

TRunci dexteri HKLBC, sic reperiemus centrum æquilibrij. Diuidatur KL, in O, vt sit kO, ad OL, vt numerus trilinei binario auctus ad vnitatem. Ergo si ducatur OM, parallela LH, erit in ipsa, ex schol. prim. proposit. 2. centrum æquilibrij prædicti trunci. Cum vero truncus sit proportionaliter analogus cum solido orto ex rotatione trilinei HkL, circa axim conoidis; secabitur LH, ab N, centro grauitatis trunci, sicuti secatur axis conoidis, à centro grauitatis solidi ex trilineo sic reuoluto. Sed ex proposit. 15. lib. 4. axis conoidis sic secatur à centro grauitatis illius solidi, vt pars ad verticem, sit ad reliquam, vt dimidium numeri conoidis, seù trilinei vnitate auctum, ad sesquialterum numeri conoidis vnitate auctum. Ergo & sic N, centrum æquilibrij trunci, secabit LH. Secetur ergo sic in N. Si per N, ducatur NM, parallela KL, punctum M, occursus cum priori parallela, erit centrum quæsitum.

ALI-

ALITER.



SEd etiam nunc, ſupponentes ambos truncos coniungi ad conſtituendum totum cylindricum, huius habebimus M, centrum æquilibrij totius cylindrici, quia ex propoſit. 8. lib. 3. habemus etiam M, centrum grauitatis trilinei HKL. Si ergo ſit P, centrum æquilibrij trunci inferioris, iuncta

 PM,

PM, & producta ad Q, in ratione reciproca truncorum; repertum erit Q, centrum æquilibrij trunci dexteri. Ratio autem truncorum assignata fuit in coroll. 2. prop. 4. lib. 3. in qua tradita fuit ratio ad inuicem solidorum ex trilineo circa basim KL, & circa axim conoidis. Centrum grauitatis in altitudine trunci demissa à puncto M, habemus ex citat. proposit. 5.

PROPOSITIO XVI.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super quocunque trilineo parabolico, resecti diagonaliter plano transeunte per diametrum trilinei, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in basi assignare.

Ast, sit CAB, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius diameter CB, basis AB, CADB, vero sit truncus sinister cylindrici recti super trilineo existentis, ac plano diagonaliter transeunte per diametrum BC, ac D, punctum in latere resecti. Huius trunci oportet in CAB, centrum æquilibrij adinuenire. Ex schol. 2. proposit. 2. inueniatur in AB, basi trilinei E, centrum æquilibrij trunci appensi secundum AB. Si ergo ducatur EF, parallela BC, in ipsa erit centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Pariter, quia truncus est proportionaliter analogus cum conico orto ex rotatione trilinei ABC, circa diametrum BC, CB, diuide-

uidetur à centro æquilibrij trunci ſicut ſecatur à centro grauitatis conici. Diuidatur CB, in G, vt ſit CG, ad GB, vt duplus numerus conici vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo ex propoſit. 17. lib. 4. G, erit centrum grauitatis conici, & conſequenter æquilibrij trunci. Si ergo per G, ducatur GF, parallela AB, occurrens EF, in F. Erit F, centrum æquilibrij quæſitum. Inuentum eſt ergo, &c. Centrum grauitatis in altitudine, ſicut in prop. ſequenti inuenietur ex propoſit. 8.

PROPOSITIO XVII.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

SEd trunci dexteri ſic reperietur centrum æquilibrij. Inueniatur, ex ſchol. 2. propoſit. 2. O, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum kL, adeovt in OM, parallela diametro LH, ſit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Cum vero talis truncus dexter ſit proportionaliter analogus cum ſolido orto ex rotatione trilinei circa baſim ſemiparabolæ, quod ſolidum, eſt exceſſus cylindri circumſcripti ſemifuſo parabolico ſupra ipſum: ergo HL, ſic ſecabitur à centro æquilibrij trunci appenſi ſecundum HL, ſicuti ſecatur baſis ſemiparabolæ à centro grauitatis ſolidi ex trilineo HkL, circa ipſam reuoluto. Sed inuenire centrum grauitatis

tatis prædicti solidi docuimus in schol. proposit. 31. miscell. Ergo docuimus consequenter reperire punctum N, centrum æquilibrij trunci appensi secundum HL. Quod si per N, ducatur NM, parallela basi KL, incidens in priorem in M. Erit M, punctum quæsitum.

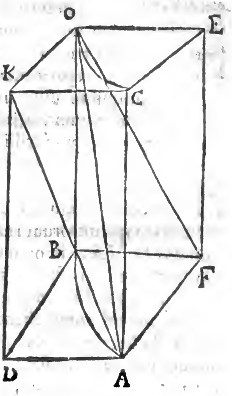
ALITER.

SEd consequenter ad sæpe dicta, aliter reperiemus centrum talis trunci dexteri, si mente intelligemus vniri ambos truncos ad constituendum totum cylindricum, cuius habebimus centrum æquilibrij, M; quia pariter ex proposit. 8. lib. 3. habemus M, centrum æquilibrij trilinei. Cum ergo ex proposit. anteced. habeamus etiam P, centrum æquilibrij trunci sinistri, si vnitis punctis P, M, linea PM, ac ipsa producta ad Q, fiat reciprocè QM, ad MP, vt truncus sinister, ad truncum dexterum. Erit Q, centrum æquilibrij trunci dexteri. Ratio vero trunci ad truncum habetur in calce schol. proposit. 8. lib. 3.

SCHOLIVM.

Adinuenimus ergo centra æquilibrij in basi prædictorum truncorum. Sed hæc centra alio modo potuissent reperiri vnum ex alio. Quod vt intelligamus, inspiciatur schema sequens, in quo prius suppona-

ponamus ABF, esse semiparabolam, cuius diameter sit BF, basis AF, & cui sit circumscriptum parallelogrammum DF, & tam super ipso, quam super semiparabola, intelligamus cylindricos rectos æquealtos sectos diagonaliter plano transeunte per basim AF, & per kO. Patet occulariter parallelepipedum diuidi in duo prismata; & cylindricos vtrosque super semiparabola, & super trilineo, in suos



truncos dexteros, & sinistros; & prisma quodlibet constare ex duobus horum truncorum, vt supra explicatum fuit in schol. 2. proposit. 2. Cum ergo v. g. prismatis sinistri ADkOFB, habeamus ex proposit. 2. centrum æquilibrij in basi DF; reperto in eadem basi DF, centro æquilibrij alterutrius trunci sinistri, nempe vel ADBOk, vel ABFO: statim ex sola proportione, quæ reperitur inter ipsos truncos, facillime eliciemus centrum alterius trunci. Sic quoniam ex proposit. 7. habemus in altitudine prismatis

matis eius centrum grauitatis, reperto centro grauitatis in altitudine alterutrius trunci sinistri, ex eadem proportione truncorum reperiemus centrum grauitatis alterius trunci. Proportiones verò cadentes inter truncos, reperientur in varijs propositionibus lib. 3. in quibus assignantur rationes cylindrorum circumscriptorum varijs solidis rotundis, ad ipsa. Hæc quæ diximus facillime fient manifesta peritis geometris, ac præsertim ijs, qui inspexerint aliàs à nobis scripta.

Vsque modo assignauimus punctum præcisum æquilibrij supradictorum truncorum, in sequenti proposit. sicuti ferè in omnibus sequentibus, non punctum præcisum, sed lineas dumtaxat, in quibus sint centra æquilibrij innumerabilium truncorum, quorum aliquos comprehendemus sequenti propositione. Et licet non reperiamus punctum precisum, attamen non putamus sequentes cognitiones à geometria postergandas esse, dummodo cupiat nouis cognitionibus, cuiuslibet sint amplitudinis, promoueri. Sed quorumdam sequentium truncorum, reperiemus etiam puncta præcisa, quæ sint & centra æquilibrij, & grauitatis.

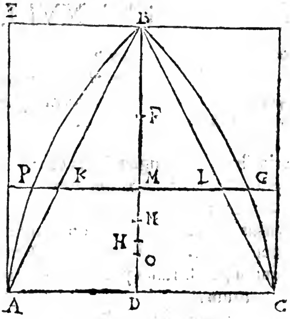
PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Assignare lineas in basi nonnullorum truncorum cylindricorum rectorum super diuersis segmentis infinitarum parabolarum, & trilineorum existentium variè resectorum, in quibus sint ipsorum centra æquilibrij.

IN superioribus dum assignauimus centra æquilibrij supradictorum truncorum, exhibuimus in schematibus ipsos truncos, quod non faciemus in hac, & in multis alijs sequentium propositionum; sed tantum ponemus schemata, in quibus sint figuræ, super quibus intelligendi sunt cylindrici, & trunci ad modum superiorum.

1. Esto ergo semiparabola A B D, cuius exponens sit numerus par, quæ sit secta P M, parallela basi A D; intelligamus super segmento A P M D, cylindricum rectum, sectum plano diagonaliter transeunte per MD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Trunci sinistri huius cylindrici habebimus in MD, centrum æquilibrij appensi secundum MD. Ratio est, quia ex dictis in schol. proposit. prim. talis truncus sinister, est proportionaliter analogus cum segmento conoidis A P G C. Sed talis segmenti assignauimus centrum grauitatis in schol. proposit. 15. lib. 4. ergo habebimus etiam centrum æquilibrij in M D, illius trunci sinistri. Immo ex eodem schol. habemus particulariter, quod si A B D, sit semiparabola



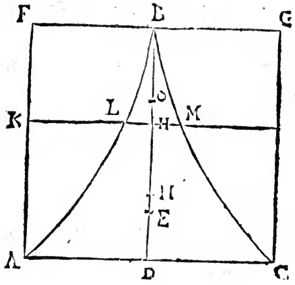
rabola quadratica, & H, sit centrum prædictum: hoc sic secabit MD, vt MH, sit ad HO, vt duplum quadratum AD, cum quadrato PM, ad duplum quadratum PM, cum quadrato AD. Si ergo per H, ducatur parallela AD: patet in ipsa, esse centrum æquilibrij trunci appensi secundum basim. Quod pariter verificabitur in alijs truncis infra tradendis, quod semper intelligendum volumus, licet à nobis, breuitatis causa, non replicabitur. Verum, quodnam punctum prædictæ lineæ, sit centrum ęquilibrij præcisum, vsque nunc ignoramus.

2. Sed non modo habemus in MD, centrum æqui-

æquilibrij trunci ſiniſtri, ſed etiam trunci dexteri. Nam hic eſt proportionaliter analogus cum ſegmento annuli ex APMD, reuoluto circa EA. Sed huius ſegmenti habemus in eius axi centrum grauitatis, ex propoſit. 35. miſcell. Quare & centrum æquilibrij in MD, trunci dexteri.

3. Eſto trilineum ABD, cuius diameter BD, ſit autem ſectum linea LH, AD, parallela, & intelligamus ſuper ſegmento ALHD, cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per DH, & punctum in latere. Habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri huiuſmodi cylindrici. Nam ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. habemus in HD, centrum grauitatis ſegmenti conici ALMC. Quinnimo ex dictis in eodem ſchol. poſſumus ampliare propoſit. 25. lib. 3. de centro grauitatis ſolidorum Lucæ Valerij, ad truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio ordinario, vt ex dictis loc. citato poteſt conſpici.

4. Sed non modo habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri prędicti cylindrici, ſed etiam trunci dexteri; quod vtique oſtendemus dari, quotieſcunque demonſtrabimus centrum grauitatis in kA, ſolidi orti ex rotatione ALHD, circa KA. Sic enim ſecatur kA, à centro grauitatis huius ſolidi rotundi, ſicuti ſecatur HD, à centro æquilibrij prædicti trunci dexteri. Solidi vero ex ALHD, reuoluto circa KA, ſic inueniemus centrum grauitatis. In kA, & in eius puncto medio, habemus



centrum grauitatis cylindri ex parallelogrammo kD. Pariter ex proposit. 37. miscell. habemus in kA, centrum grauitatis portionis fusi orti ex reuolutione portionis minoris kLA, circa kA. Quotiescunque ergo nobis etiam erit nota ratio solidi ex ALHD, circa KA, ad dictam portionem fusi, sciemus consequenter quodnam sit in kA, centrum grauitatis solidi ex ALHD, circa kA. Sed rationem solidi ex ALHD, ad prædictam portionem fusi, habemus ex schol. proposit. 13. lib. 3. Cum enim ibi sit assignata ratio, quam habet cylindrus ex kD, ad solidum ex ALHD, circa kA; diuidendo, assignata pariter erit ratio, quam habet portio fusi ex kLA,

circa

circa k A, ad ſolidum ex ALHD, circa eandem k A.

5. Sed ſupponamus CBZ, eſſe quamlibet ex infinitis parabolis, cuius diameter B k, & ſuper parabola intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter per Z C, & punctum in latere. Habemus duos truncos, nempe ſiniſtrum, & dextrum, quorum aſſignata fuerunt in parabola C BZ, centra æquilibrij in propoſit. 2. Ducatur QM, parallela diametro Bk, & per ipſam intelligamus tranſire planum ad parabolam erectum, ſecans ambos truncos. Ergo etiam pars cylindrici, cuius baſis CQM, portio minor parabolæ, habebit ſuas partes truncorum. Cum ergo ex ſchol. propoſit. prim. truncus ſiniſter cylindrici exiſtentis ſuper CBZ, ſit proportionaliter analogus cum fuſo ex CBZ, circa CZ, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; & pariter truncus dexter ſit ſic proportionaliter analogus cum ſolido rotundo ARBZC: ſequitur etiam partem trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM, eſſe proportionaliter analogam cum portione fuſi ex CQM, circa MC; & pariter partem trunci dexteri, eſſe proportionaliter analogam cum portione annuli ex CQM, circa GD. Cum ergo ex propoſit. 37. miſcell. habeamus in MC, centrum grauitatis portionis fuſi ex QMC, portione circa MC; habebimus etiam in MC, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM. Item, cum ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. in

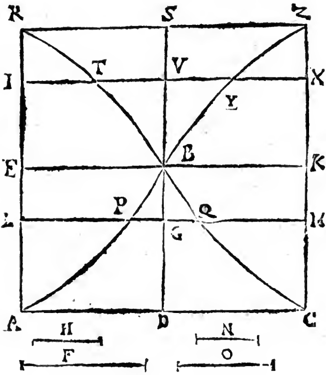
ſine,

sine, habeamus in G D, centrum grauitatis segmenti annuli ex portione M Q C, reuoluta circa G D; habebimus consequenter in M C, centrum æquilibrij portionis trunci dexteri cylindrici existentis super C Q M. Item reliqua pars trunci sinistri, nempe ea, cuius basis est portio maior M Q B Z, est proportionaliter analoga cum portione fusi ex MQBZ; sicuti reliqua pars trunci dexteri, est proportionaliter analoga cum portione annuli ex eadem portione maiori. Ergo ex citat. proposit. 37. miscell. habebimus in Z M, centrum æquilibrij illius portionis maioris trunci sinistri; quia ibidem assignauimus in Z M, centrum grauitatis portionis maioris fusi ex MQBZ. Pariter ex citat. schol. proposit. 18. lib. 4. habebimus in Z M, centrum æquilibrij prædictæ portionis maioris trunci dexteri, quia habemus in S G, centrum grauitatis portionis annuli ex M Q B Z, circa S G.

6. Si intelligamus etiam duci planum per B K, ad parabolam erectum, habebimus in K M, centra æquilibrij amborum truncorum partis cylindrici, cuius basis segmentum ad diametrum Q B k M. Sinistri ex citat. proposit. 37. miscell. in qua assignatur in k M, centrum grauitatis partis fusi ortæ ex reuolutione M Q B K, circa k M. Dexteri vero ex schol. citat. proposit. 18. lib. 4. in qua assignatur in B G, centrum grauitatis partis annuli ortæ ex reuolutione eiusdem segmenti circa B G.

7. Si ducamus etiam Y X, B k, parallelam, per quam intelligamus transire planum ad parabolam

cre-



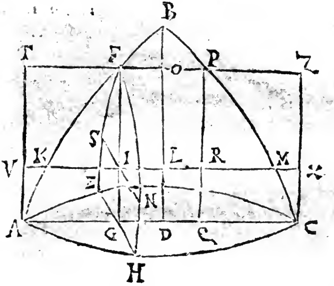
erectum: ex locis citat. habebimus centra æquilibrij in XM, segmentorum prædictorum truncorum contentorum inter plana per QM, & per YX. Segmenti trunci sinistri, quia in citat. proposit. miscell. assignauimus in XM, centrum grauitatis segmenti intermedij fusi ex MQYX, reuoluto circa XM. Segmenti vero trunci dexteri, quia in loc. citat. lib. 4. assignauimus in VG, centrum grauitatis segmenti

ti annuli ex eodem segmento parabolæ.

8. Si mente intelligamus duci aliam parallelam Bk, contentam inter BK, YX, adeo vt ducta, & YX, intercipiant segmentum intermedium parabolæ, & per talem lineam ductam intelligamus transire planum ad normam superiorum; ab hoc plano, & à ducto per YX, continebitur pars quædam prædictorum truncorum, quorum itidem in parte Xk, ipsis truncis correspondente habebimus centra æquilibrij dictorum segmentorum truncorum; quia ex locis supra citatis, habemus centra grauitatis solidorum rotundorum truncis correspondentium.

9. In schem. proposit. 2. prim. part. intelligamus semiparabolam quamcunque, ABD, cuius exponens sit numerus par, quæ sit secta FG, axi BD, parallela; super semiparabola ADB, intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus sinister, est proportionaliter analogus cum conoide ABC. Intelligamus per FG, transire planum erectum parabolæ genitrici; quod vtique secabit illum truncum in duas partes, quarum illa existens super portione minori AFG, erit proportionaliter analoga cum annulo ex AFG, reuoluta circa OD. Huius portionis illius trunci sinistri, habemus in OD, centrum æquilibrij, quia in schol. prim. citat. proposit. assignatum fuit in OD, centrum grauitatis annuli AFGQPC. Particularius autem habebimus ex loc. citat. si ABD,

fit



ſit ſemiparabola quadratica, ſemper O D, ſic ſecari à centro æquilibrij partis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper A F G, vt pars terminata ad O, ſit ſemper reliquæ dupla.

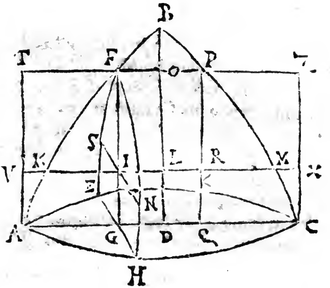
10. Si prædicta pars trunci ſuper A F G, exiſtens, ſecetur plano parallelo A E C H, habebimus ex ſchol. 2. citat. propoſit. in fine, in L D, centrum æquilibrij partis illius trunci exiſtentis ſuper AkIG. Et particularius habemus, quod in parabola quadratica, L D, à tali centro æquilibrij ſic ſecabitur, vt pars terminata ad L, ſit ad reliquam, vt duplum rectangulum A G C, cum rectangulo K I M, ad

X du-

duplum rectangulum k l M, cum rectangulo A G C. Pariter colligemus ex dicto schol. tale centrum æquilibrij taliter secare mediam tertiam partem L D, vt pars propinquior L, sit ad reliquam, vt rectangulum A G C, ad rectangulum k l M.

11. Intelligamus conoides A B C, parabolicum, cuius exponens sit numerus par; hoc sit sectum plano E F H, æquidistanter axi B D, & ad parabolam genetricem erecto; super semifiguram E F G, intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per F G, & per punctum in latere erecto à puncto E: huius truncus sinister erit proportionaliter analogus cum solido rotundo E F H, genito ex rotatione semifiguræ E F G, circa F G. Trunci sinistri præfati cylindrici appensi secundum F G, habebimus in F G, centrum æquilibrij. Hoc vero habebimus ex schol. 2. cit. proposit. in principio. Sicuti secto tali trunco, plano S N, parallelo E H; etiam segmentorum huius trunci, habebimus in partibus F G, correspondentibus, centra æquilibrij.

12. Sit semiparabola quæcunque A B D, cuius axis A D, basis B D, cui sit ducta parallela F G: super A B D, semiparabola intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Si intelligemus truncum sinistrum secari alio plano insistente ipsi F G, ac erecto semiparabolæ; portio huius trunci existens super semiparabola ad verticem



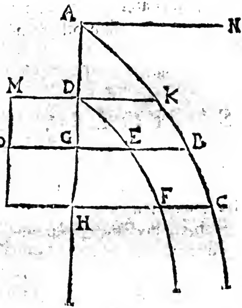
ticem A F G, erit proportionaliter analoga cum annulo A F G Q P C, orto ex rotatione semiparabolæ ad verticem circa B D. Ex proposit. 13. prim. part. habebimus in O D, centrum æquilibrij segmenti illius trunci sinistri. Sicuti intellecto semifuso parabolico A B C, sectoque ipso, semifigura E F G, æquidistanter B D, ad semiparabolam A B D, erecta, ac super semifigura E F G, intellecto cylindrico recto secto diagonaliter plano transeunte per F G, & per punctum in latere erecto à puncto E; trunci sinistri huius cylindrici habebimus, ex schol. citat. proposit. in F G, centrum æquilibrij.

librij. Sed hæc sunt vniuersalia. Particularius etenim, ex eodem scholio, habebimus, quod si A G, G D, sint æquales, poterimus etiam in numeris exprimere, in qua ratione secentur O D, F G, à centris æquilibrij prædictorum truncorum cylindricorum. Hæc omnia facile percipientur ex scholio citato.

13. Sed in eodem schemate supponamus A B D, esse trilineum quodcunque cuius axis BD, basis AD, & axi B D, sit ducta G F, parallela: super A B D, intelligamus truncum sinistrum cylindrici recti secti diagonaliter plano transeunte per B D, & punctum in latere erecto à puncto A; & hic truncus concipiatur sectus plano erecto per G F. Vt prius discurrentes, concludemus, partem trunci existentem super A G F, esse proportionaliter analogam cum solido orto ex rotatione ipsius A G F, circa B D. Quare ex schol. prim. proposit. 15. prim. part. habebimus in O D, centrum æquilibrij ipsius trunci secundum O D, appensi. Quod si conicus A B C, intelligatur sectus figura E F H, & super F G E, intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per G F, & punctum in latere erecto à puncto E. Huius trunci sinistri habebimus in G F, centrum æquilibrij appensi secundum G F, ex schol. 2. citat. proposit.

14. Si in schem. proposit. vltimæ prim. part. supponamus H A C, H D F, esse duas semiparabolas quadraticas æquales, vt ibidem explicatum fuit, & acta vbilibet ordinatim applicata H F C, ductaque

DK,



D k, parallela eidem, super H D K C, concipiamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per H D, & per latera erecta à punctis C, k. Huius truncus dexter in hoc casu secabitur à superficie insistente curuæ D E F, in duas partes. Et cum totus talis truncus sit proportionaliter analogus cum toto frusto conoidali orto ex reuolutione H D k C, circa D H; & pariter eius pars existens super semiparabola H D F, sit proportionaliter analoga cum conoide ex ipsa genito; erit reliqua eius pars, nempe existens super quadrilatero curuo F D k C, proportionaliter analoga cum solido ex ipso, reuoluto circa D H, orto. Ex schol. ergo citat. proposit. habemus

bemus centrum æquilibrij portionis illius trunci existentis super quadrilatero dicto appensi secundum DH, diuidere semper ipsam bifariam. Sic dicatur de quibuslibet partibus segmenti illius trunci resecti planis parallelis plano erecto super FC.

SCHOLIVM.

Omnium supradictorum truncorum in præsenti proposit contentorum, assignauimus solummodo lineam in basi, in qua sint centra æquilibrij ipsorum. Non desunt tamen modi notandi puncta præcisa, in aliquibus ipsorum, nempe in explicatis quatuor primis numeris. Antequam ergo vlteriùs procedamus, determinauimus hæc centra indagare.

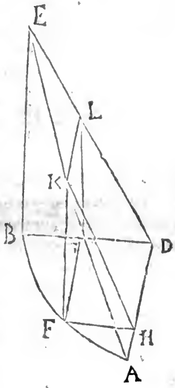
PROPOSITIO XIX.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super segmento ad basim semiparabolæ, cuius exponens sit numerus par, ac resecti plano diagonaliter transeunte per diametrum parabolæ, & punctum in latere, centra æquilibrij in basi, & grauitatis in altitudine possunt assignari.

SIt BAD, semiparabola quæcunque, cuius exponens sit numerus par, quæ sit secta FH, BD, basi parallela, superque segmento FBDH, sit cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per DH, diametrum, & punctum in latere. Trunci

ci

ci finiſtri F k H D E B, huiuſce cylindrici in BDHF, centrum æquilibrij poteſt aſſignari. Concipiamus totum cylindricum ſuper ſemiparabola B A D, exiſtentem ſectum per A D, & punctum in latere. Tam A B D E, trunci ſiniſtri totius huius cylindrici, quam eius portionis F A H k, exiſtentis ſuper ſemiparabola ad verticem A F H, habemus in baſibus B A D, A F H, centra æquilibrij, ex propoſ. 12. Si ergo mente coniungamus hæc centra linea, quæ taliter producatur ad partes centri totius trunci, vt ſit reciprocè intercepta inter hæc centra, ad productam, vt pars trunci ſuper B F H D, ad partem trunci ſuper HAF. Inuentum punctum, erit centrum æquilibrij fruſti illius trunci ſiniſtri ſuper BFHD, ac ſecundum BFHD, appenſi. Si ergo habemus rationem prædictorum ſegmentorum trunci ſiniſtri ſuper ſemiparabola exiſtentis, habebimus etiam punctum æquilibrij, quod quæritur. Sed prædicta ratio datur. Quare &c.



Quod

Quod vero detur prædicta ratio, patet. Quia, cum truncus sinister prædictus, sit proportionaliter analogus cum conoide parabolico ex B A D, circa DA, erit pars ipsius existens super B F H D, ad partem existentem super H A F, vt segmentum conoidale ex B F H D, ad conoides ex H A F; nempe ex proposit. prim. lib 2. diuidendo, vt excessus potestatis B D, duplici gradu altioris potestate parabolæ, supra similem potestatem H F, ad similem potestatem H F. Centrum grauitatis reperietur eodem modo. Nam, cum dentur centra grauitatis in altitudinibus amborum truncorum existentium super BAD, FAH, & pariter detur altitudo portionis existentis super F B D H, quia in ipsa datur centrum æquilibrij; coniunctis centris grauitatis truncorum existentium super B A D, F A H, productaque linea, occurret altitudini portionis trunci existentis super BFHD, in centro grauitatis ipsius.

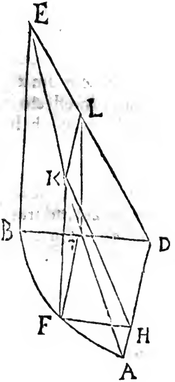
PROPOSITIO XX.

Eiusdem cylindrici trunci dexteri, centra æquilibrij in basi, & grauitatis in altitudine assignare.

PRopositio probari potest diuersis modis, nos vno dumtaxat contenti erimus. Totius cylindrici super B F H D, existentis datur in B F H D, centrum æquilibrij, quia ex schol. prim. proposit. 11. lib. 3. eiusdem B F H D, datur centrum grauitatis.

Ex

Ex proposit. anteced. datur in BFHD, centrum æquilibrij trunci sinistri. Ratio trunci ad truncum, habetur ex schol. 2. citat. proposit. 11. lib. 3. quia ibi assignatur ratio solidi ex BFHD, circa DH, ad solidum ex eodem segmento circa parallelam DH, ductam per BS. Quare patet propositum. Centrum grauitatis reperietur ex ijsdem datis centris grauitatis. Quod etiam intelligetur in duabus sequentibus propositionibus.



PROPOSITIO XXI.

Trunci sinistri cylindrici recti existentis super quolibet infinitorum trapeziorum, & resecti plano diagonaliter transeunte per diametrum trilinei, & punctum in latere, centra æquilibrij in basi & in altitudine grauitatis, possunt assignari.

SVpponatur ABD, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius diameter DA, & ducta FH, parallela AD, super trapezio BFHD, concipiamus cylindricum rectum sectum per HD, & punctum in latere. Trunci sinistri est assignabile in trapezio centrum æquilibrij. Nam, vt prius concludemus, intellecto toto trunco sinistro existente super trilineo, nos habere in ABD, centrum æquilibrij totius, & in FAH, centrum æquilibrij portionis existentis super ipso, ex proposit. 16. Sed etiam habemus rationem segmenti talis trunci existentis super trapezio, ad truncum existentem super trilineo ad verticem. Quia cum ille truncus sinister, sit proportionaliter analogus cum conico ex ABD, circa DA, habemus ex proposit. 2. lib 2. esse diuidendo, frustum ex FBDH, ad conicum ad verticem ex FAH, vt excessus potestatis DA, cuius exponens sit duplus vnitate auctus exponentis trilinei, supra similem potestatem AH, ad similem potestatem AH.

PROPOSITIO XXII.

Trunci dexteri eiusdem cylindrici sunt prædicta centra assignabilia.

PAtet ad modum proposit. 20. Quia cum cylindrici existentis super trapezio, habeamus centrum æquilibrij in trapezio, (habemus etenim trape-

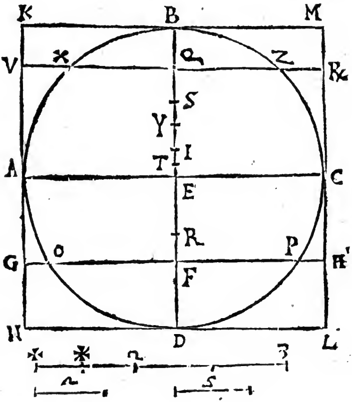
pezij centrum grauitatis ex fchol. propofit. 13. lib. 3.) & pariter in eodem ex propofit. anteced. habeamus centrum æquilibrij trunci finiftri, cum pariter ex eodem fchol. habeamus rationem trunci ad truncum, quia habemus rationem fruft. ex FBDH, circa DH, ad folidum ex eodem circa ductam per B, DH, parallelam; non ignorabimus centrum æquilibrij trunci dexteri.

PROPOSITIO XXIII.

Affignare in femicirculo, vel femiellipfi lineas, in quibus fint centra æquilibrij variorum fegmentorum trunci finiftri cylindrici recti fuper femicirculo, vel femiellipfi exiftentis, ac refecti plano tranfeunte per diametrum circuli, & ellipfis.

Esto DABC, vel circulus cuius diameter BD, vel ellipfis, cuius eadem BD, fit axis, & concipiamus fuper DAB, femicirculo, vel femiellipfi exiftere cylindricum rectum fectum diagonaliter plano tranfeunte per BD, & punctum in latere. Variorum fegmentorum trunci finiftri eiufdem, intelligimus docere in hac propofit. nos poffe affignare lineas in bafi, in quibus fint ipforum centra æquilibrij.

1. Sciendum eft centrum æquilibrij trunci finiftri exiftentis fuper quadrante EAB, fic diuidere BE, v. g. in Y, vt BY, fit ad YE, vt 5. ad 3. fiquidem ex propofit. 20. lib. 4. fecatur eadem BE, à centro graui-



uitatis hemiſphærij, ſeù hemiſphæroidis ABC.

2. Si quadranti ſit circumſcriptum rectangulum KE, ac ſuper trilineo AkB, concipiatur cylindricus ſectus plano tranſeunte per B, & per latus oppoſitum ipſi kA, in baſi oppoſita; truncus ſiniſter huius cylindrici, qui erit exceſſus priſmatis ſiniſtri exiſtentis ſuper parallelogrammo kE, ſupra truncum

cum finiſtrum cylindrici exiſtentis ſuper quadrante, habebit ſuum centrum æquilibrij in BE, ita ipſam diuidens v.g. in Q, vt ſit BQ, ad QE, vt 1. ad 3. In eadem enim ratione, ex propoſit. citat. ſecatur BE, à centro grauitatis ſolidi ex trilineo mixto AkB, reuoluto circa BE.

3. Ex eadem propoſit. elicietur in BQ, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper XBQ, minori portione, ducta XQ, perpendiculari BE; quia habemus in eadem BQ, centrum grauitatis minoris portionis XBZ.

4. Quia pariter in QD, habetur centrum grauitatis maioris portionis XDZ, ex citat. propoſit. habebimus pariter in QD, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper XDQ.

5. In QE, habebimus centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſegmento ad diametrum EAXQ.

6. Ducta OF, pariter normali BD, habebimus in QF, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper ſegmento intermedio FOXQ, includente diametrum AE.

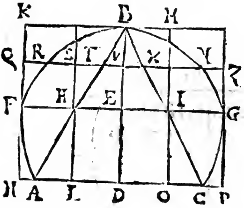
7. Si inter XQ, AE, ducatur alia parallela ipſis, adeo vt hæc, & XQ, intercipiant ſegmentum intermedium. Habebimus pariter in parte ipſius QE, tali ſegmento correſpondente, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper illo ſegmento. Hæc omnia enim centra æquilibrij dantur, quia in citat. propoſit. aſſignata fuerunt in axe

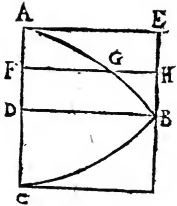
cen-

centra grauitatis partium ſphæræ, vel ſphæroidis correſpondentium partibus trunci ſiniſtri prædicti. Trunci vero dexteri prædicti cylindri, quoad ſuas partes, non habemus centra æquilibrij in BD, niſi ex ſuppoſitione circuli quadraturæ, qua ſuppoſita, nobis liceret reperire centra grauitatis in Nk, partium annuli ex DAB, circa kN.

8. Eſto ABC, quælibet portio circuli, vel ellipſis, cuius axis BD, & AB, ſit linea: ſuper AFBD, portione concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt, ex dictis, proportionaliter analogus cum portione ſphæræ, vel ſphæroidis ABC. Item, ſi per lineam BA, tranſeat planum erectum ABD, quod dirimat truncum in duas partes; eius portio exiſtens ſuper triangulo ABD, erit proportionaliter analoga cum cono ABC. Reliqua ergo eius portio, cuius baſis AFBA, erit proportionaliter analoga cum exceſſu portionis ABC, ſphæræ, vel ſphæroidis, ſupra conum ABC. Ex ſchol. 2. propoſit. 45. miſcell. ſciendum eſt, centrum æquilibrij illius ſegmenti trunci exiſtentis ſuper AFBA, & appenſi ſecundum BD, eſſe in E, medio puncto BD, in quo ex loc. citat. eſt centrum grauitatis exceſſus ABC, portionis ſupra ABC, conum. Item ſi per FH, biſecantem BA, intelligamus erigi planum, ſecans partem illius trunci in duas partes relictas hinc inde, centrum æquilibrij partis exiſten-

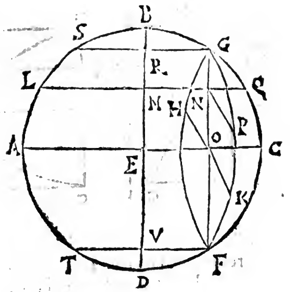
tis





tis super FBH, sic secabit BE, vt pars terminata ad B, sit ad reliquam vt 5. ad 3. Item centrum æquilibrij partis existentis super FAH, sic secabit DE, vt pars terminata ad D, sit ad reliquam vt 5. ad 3. Sed etiam aliarum partium illius portionis trunci existentis super AFBA, possumus in BD, assignare centra çquilibrij. Quæ autem hæ sint, elicietur ex loc. cit.

9. Si ABCD, sit circulus, vel ellipsis, cuius axis BD, & ipsi BD, sit parallela GF, ductisque RG, VF, normalibus ipsi BD, super RGCFV, concipiatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per RV, & per punctum in latere erecto à puncto C. In tali casu, truncus dexter huius cylindrici, erit proportionaliter analogus cum segmento sphæræ, vel sphæroidis TASGCF. Cum ergo secto hoc trunco, plano per GF, erecto circulo,



culo, vel ellipsi, diuidatur hic truncus in duas partes, quarum existens super parallelogrammo RF, sit proportionaliter analoga cum cylindro ex eodem parallelogrammo reuoluto circa RV, reliqua pars huius existens super portione GCF, erit proportionaliter analoga cum annulo ex eadem portione reuoluta circa eandem RV. Ridiculum esset, supposito E, bisecare RV, dicere, ipsum esse centrum æquilibrij illius portionis trunci existentis super GCF, cum hoc sit luce meridiana clarius. Non erit tamen ridiculum affirmare, ac tradere, OC, bisecante GF, ac per ipsam erecto plano dirimente portionem prædictam illius trunci in duas partes re-

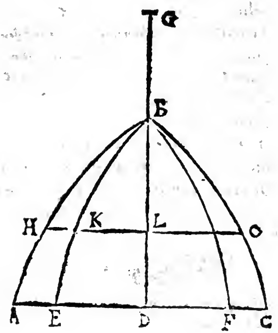
lictas

lictas hinc inde, centrum æquilibrij alterutrius ipsarum, v. g. existentis super OGC, sic RE, secundum quam intelligenda est appendi, secare, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad E, vt 5. ad 3. Ratio desumitur ex schol. 2. proposit. 5. primæ partis, in qua fuit patefactum, sic secari RE, à centro grauitatis dimidij annuli orti ex reuolutione figuræ OGC, reuolutæ circa BD. Sed ex schol. citato, possumus assignare etiam centra æquilibrij aliarum partium segmenti illius trunci: quæ autem hæ sint, lector ex scholio citat. potest eruere.

PROPOSITIO XXIV.

Variorum truncorum cylindricorum super hyperbola variè existentium, ac variè resectorum, assignare lineas, in quibus sint centra æquilibrij.

1. ESto hyperbola ABC, cuius latus transuersum GB; super semihyperbola ABD; concipiatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere. Truncus sinister huius cylindrici, est proportionaliter analogus cum conoide hyperbolico ABC. Centrum ergo æquilibrij illius trunci sinistri, vel sic diuidit, ex proposit. 13. miscell. duodecimam partem BD, ordine quartam à D, vt pars propinquior D, sit ad reliquam, vt dimidium GB, ad tertiam partem BD. Vel ex proposit. 14. eiusdem, sic diui-



dit quartam partem BD, ordine ſecundam à D, vt pars propior D, ſit ad reliquam, vt ſexta pars GB, ad tertiam partem GD. Vel demum, ex prop. 44. miſcell. ſic diuidit BD, e.g. in L, vt BL, ſit ad LD, vt GB, cum ſubſeſquitertia BD, ad dimidium GB, cum quarta parte DB.

2. Si ducta HL, parallela AD, ac ſuper ſegmento AHLD, concipiamus cylindricum rectum ſectum vt ſupra; etiam trunci ſiniſtri huius, habebimus in LD, centrum æquilibrij; quod erit idem cum centro grauitatis ſegmenti conoidis AHOC, cuius

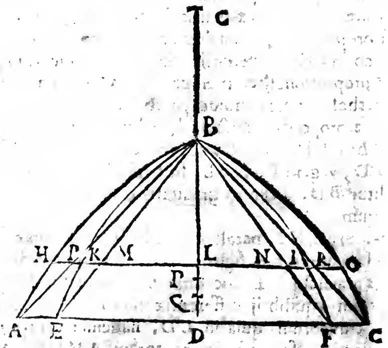
cuius aſſignatur centrum grauitatis in L D, in propoſit. 17. miſcell.

3. Si intra hyperbolam A B C, concipiamus parabolam quadraticam E B F, ita diuidentem A D, in E, vt quadratum A D, ſit ad quadratum D E, vt D G, ad G B; (exiſtente G B, latere tranſuerſo) & tam ſuper ſemihyperbola A B D, quam ſuper ſemiparabola E B D, concipiamus cylindricos rectos æquealtos ſectos plano tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Patet ex dictis, truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola E B D, eſſe proportionaliter analogum cum conoide parabolico E B F; & truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper ſemihyperbola, eſſe proportionaliter analogum cum conoide hyperbolico A B C. Differentia ergo horum truncorum, erit proportionaliter analoga cum exceſſu conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum. Ex ſchol. ergo 2. propoſit. 4. miſcell. habebimus centrum æquilibrij differentiæ illorum truncorum ſic diuidere B D, v. g. in L, vt B L, ſit tripla L D, ſicuti diuiditur B D, à centro grauitatis differentiæ conoideorum.

4. Si per H L, parallelam A D, intelligamus erigi planum erectum figuris, ac ſecans truncos ſiniſtros prædictos. Ex loc. citat. habebimus in L D, centrum æquilibrij differentiæ illorum ſegmentorum truncorum, quia in L D, habemus centrum grauitatis differentiæ ſegmentorum A H O C, &

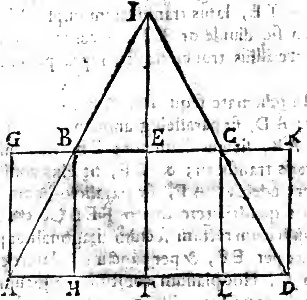
EkF. Diuidetur ergo LD, à tali centro æquilibrij, vt diuiditur à centro grauitatis frusti conici contenti inter plana AC, HO, & quod sit segmentum talis coni, cuius diameter sit BD.

5. In schemate sequenti in ijsdem figuris intelligamus ductas rectas BE, BA, & intelligamus quatuor cylindricos æquealtos, quorum bases EBD, triangulum, EBD, semiparabola, ABD, triangulum, & ABD, semihyperbola; & omnes hi cylindrici intelligantur secti vt prius. Ex schol. proposit. 6. miscellanei, deducemus, medium punctum BD,



esse centrum æquilibrij tam differentiæ truncorum sinistrorum existentium super A D B semihyperbola, & A B D, triangulo, quam super E D B, semiparabola, & E B D, triangulo. Nam idem medium punctum B D, est centrum grauitatis excessus vtriusque conoidis singillatim supra conos sibi inscriptos.

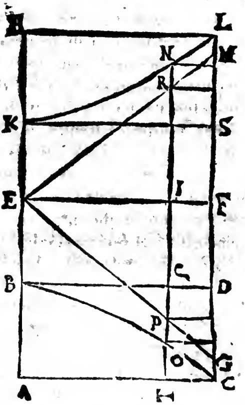
6. Si A I T, sit triangulum rectangulum ad T, & A B E T, sit trapezium cuius oppositæ bases B E, A T, sint parallelæ, & sit parallelogrammum B T; & tam super trapezio A B E T, quam super parallelogrammo B T, concipiantur cylindrici recti secti diagonaliter plano transeunte per E T, & per pun-



ctum

ctum in latere erecto à puncto A. Patet truncum sinistrum cylindrici existentis super trapezio, esse proportionaliter analogum cum segmento conico ABCD; sicuti prisma sinistrum super BT, existens, est proportionaliter analogum cum cylindro BL. Excessus ergo trunci sinistri existentis super trapezio, super prisma existens super parallelogrammo, erit proportionaliter analogus cum excessu segmenti conici ABCD, supra cylindrum BL. Ita ergo diuidetur ET, à centro æquilibrij illius differentiæ truncorum, sicuti diuiditur à centro grauitatis excessus ABCD, supra cylindrum BL. Sed centrum grauitatis huius excessus, sic diuidit ET, ex schol. 2. proposit. 10 miscell. veluti diuiditur eadem ET, à centro grauitatis conoidis hyperbolici, cuius axis TE, latus transuersum dupla IE. Ergo etiam sic diuidetur ET, à centro æquilibrij differentiæ illius trunci sinistri supra prisma sinistrum.

7. In schemate sequenti, ABC, sit semihyperbola; AD, sit parallelogrammum ei circumscriptum; AB, sit eius diameter; EB, sit dimidium eius lateris transuersi; & EF, sit eius coniugata diameter, adeo vt AF, sit parallelogrammum. Iam super quadrilatero mixto FEBC, concipiamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per EF, & per punctum in latere erecto à puncto C. Hoc planum constituet truncum sinistrum existentem super illo quadrilatero, à quo à pla-



plano per BD, erecto auferetur prisma sinistrum existens super parallelogrammo BF. Truncus sinister totus existens super quadrilatero, est proportionaliter analogus cum toto solido CBkL, orto ex reuolutione quadrilateri mixti circa EF. Prisma vero existens super BF, est proportionaliter analogum cum cylindro BS. Ergo excessus trunci sinistri existentis super quadrilatero mixto CBEF, supra prisma sinistrum existens super BF, erit propor-

por-

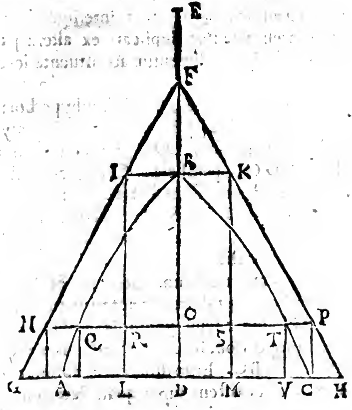
portionaliter analogus cum solido ex trilineo mixto C B D, circumacto circa E F. Centrum ergo æquilibrij in E F, illius excessus, sic secabit E F, v.g. in I, vt EI, sit tripla I F. Sic enim ex schol. 2. proposit. 18. miscell. secatur E F, à centro grauitatis annuli C B D S k L. Item, si concipiamus tantum partem illius excessus trunci sinistri existentem super trilineo mixto O B Q (ducta N T, parallela C L) etiam huius centrum æquilibrij sic secabit E I, vt pars terminata ad E, sit reliquæ tripla. Pariter centrum æquilibrij partis illius excessus existentis super C P Q D, secabit I F, vt secatur à centro grauitatis frusti conici G P R M. Hæc enim omnia deducuntur ex schol. cit.

8. Si E G, sit Asymptotos hyperbolæ, & dentur reliqua vt prius; cum totus truncus sinister existens super quadrilatero mixto C B E F, sit, vt dictum est prius, proportionaliter analogus cum solido rotundo C B k L, & truncus sinister existens super triangulo G E F, sit proportionaliter analogus cum cono G E M, ergo differentia horum truncorum, nempe illa, quæ existit super quadrilatero C B E G, erit proportionaliter analoga cum solido rotundo G C B E k L M. Ex schol. ergo 2. proposit. 19. miscell, habebimus, secari E F, in medio sui puncto à centro æquilibrij illius differentiæ, sicuti secatur à centro grauitatis illius solidi. Sed non solum ex loc. citat. sic secabitur E F, à centro æquilibrij totius differentiæ, sed etiam sic secabitur

quæ-

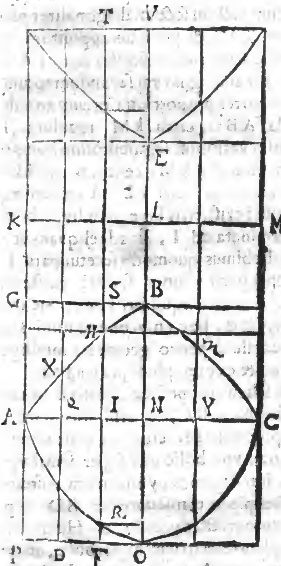
quælibet pars EF, quæ correspondeat cuilibet parti illius differentiæ. Quod etiam intelligendum est si omnia intelligerentur duplicari ex altera parte KB. Hæc facile intelligentur ab intuente locum citatum.

9. Si intelligamus ABD, esse semihyperbolam, cuius latus transuersum EB; centrum F; & asymptotos FG; basis vero, DA, sit producta ad G, ac BI, sit DG, parallela. Concipiatur super GIBD, cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto G; truncus sinister huius cylindrici, est proportionaliter analogus cum frusto conico GIkH. A plano transeunte per curuam BQA, erecto hyperbolæ, à tali trunco aufertur truncus sinister existens super semihyperbola ABD, quod vtique est proportionaliter analogus cum conoide hyperbolico ABC. Ergo differentia horum truncorum, quæ erit existens super quadrilatero mixto GIBA, erit proportionaliter analoga cum excessu solidi GIkH, supra conoides ABC. Ex schol. proposit. 20. Miscell. in quo dicitur centrum grauitatis excessus segmenti conici GIKH, supra conoides secare semper BD, in eius medio puncto, haurietur sic etiam secari eadem BD, à centro æquilibrij differentiæ illorum truncorum. Et cum in eodem scholio sit affirmatum, sic etiam secari partes axis à centris grauitatis partium solidi correspondentium; v. g. ducto plano NP, parallelo GH,



etiam OD, bifariam diuidi à centro grauitatis excessus frusti conici GNPH, supra segmentum conoidis AQTC, sic etiam diuidetur OD, à centro æquilibrij differentiæ illorum truncorum existentis super GHQA.

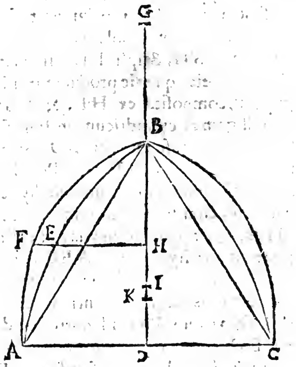
10. Ex schol 3 proposit. 26. miscell. eliciemus centra æquilibrij aliorum segmentorum, quæ nunc explicabimus. In schemate ergo illius proposit. quod iterum apponimus, intelligamus ABC, esse hy-



hyperbolam, cuius axis BN; latus transuersum EB; centrum L; & kM, sit secunda coniugata

diameter. Intelligamus super ABC, hyperbola cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per KM, & per latus oppositum ipsi AC. Huius cylindrici truncus sinister erit ex dictis, proportionaliter analogus tam secundum totum, quam secundum partes proportionales cum annulo lato ex hyperbola ABC, circa kM, reuoluta. Ex citat. ergo scholio variorum segmentorum huius trunci sinistri habebimus in kM, centrum æquilibrij. Habebimus enim sic secari kL, à centro æquilibrij trunci sinistri existentis super semihyperbola ABN, vt pars terminata ad L, sit ad reliquam vt 5. ad 3. Pariter habebimus quomodo secetur pars Lk, correspondens parti trunci sinistri existenti super IHBN, à centro æquilibri illius. Sic dicatur de cæteris partibus: hæc enim omnia nimis sunt manifesta, & facile à perito geometra intelligentur ex schol. citat. & ex exemplis supra traditis.

11. In schem. proposit. 42. miscell. sint conoidea hyperbolicum ABC, & parabolicum item ABC, quod in proposit. 41. eiusdem probauimus totum cadere intra hyperbolicum, super semihyperbola AFBD, intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus sinister, à plano erecto semihyperbolæ, ac transeunte per curuam parabolicam BEA, secabitur in duas partes, quarum vna erit truncus sinister cylindrici erecti super semiparabola; altera erit excessus trun-

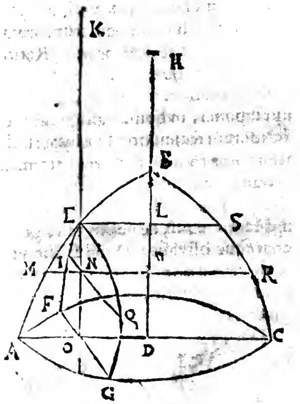


trunci finistri hyperbolici supra truncum finistrum parabolicum. Cum ergo vterque truncus finister, sit proportionaliter analogus cum suo conoide; erit differentia ipsorum, cuius basis excessus semihyperbolæ super semiparabola, proportionaliter analoga cum excessu conoidis hyperbolici, supra conoides parabolicum. Ex proposit. 42. miscell. in qua ostenditur H, medium punctum BD, esse centrum grauitatis excessus conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum, habebimus idem punctum H, esse centrum æquilibrij differentiæ illorum truncorum.

rum ſiniſtrorum appenſæ ſecundum B D.

12. In ſchem. propoſit. 4. prim. part. ſupponamus A B D, eſſe ſemihyperbolam, cuius axis B D, latus tranſuerſum B H, & ipſi B D, ſit ducta vbilibet E O, parallela, quæ ſic producatur ad k, vt k E, ſit æqualis compoſitæ ex H L, & L B: ſuper A B D, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Per E O, intelligamus tranſire planum erectum ſemihyperbolæ, quod ſecabit truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis A B D, in duas partes, quarum vna erit exiſtens ſuper portione minori hyperbolæ A E O. Ex ſchol. prim. dictæ propoſit. 4. habebimus, centrum æquilibrij illius portionis trunci exiſtentis ſuper A E O, ſic ſecare L D, partem B D, illi correſpondentem, vt ſecatur E O, à centro grauitatis conoidis hyperbolici cuius axis E O, latus tranſuerſum k E. Pariter ex ſchol. 2. eiuſdem propoſit. patebit, ſecta prædicta parte trunci exiſtente ſuper A E O, plano per M N, tranſeunte, parallelo plano A F C G, patebit inquam, partem illam illius trunci exiſtentem ſuper A M N O, habere ſuum centrum æquilibrij, quod ſic diuidat P D, partem axis illi correſpondentem, vt diuiditur N O, à centro grauitatis fruſti conoidis hyperbolici, cuius fruſti axis, ſit N O, E, O vero ſit axis totius conoidis hyperbolici, cuius illud eſt fruſtum, K E, vero ſit latus tranſuerſum.

SCHO-



SCHOLIVM.

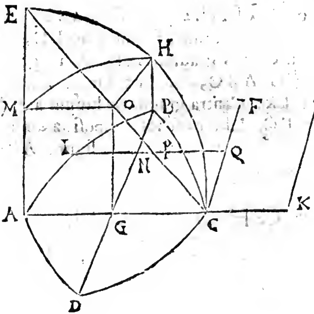
Hæc ſunt ſegmenta cylindricorum ſuper hyperbola variè exiſtentium, quorum aſſignata fuerunt in lineis puncta æquilibrij, per quæ puncta ſi ducantur lineæ in baſibus illorum truncorum parallelæ illis, quibus duci debent, in ijs erunt centra æquilibrij illorum

lorum truncorum in basibus appensorum secundum ipsas bases. Sed licuit notare, ex dictis centra æquilibrij assignata fuisse solummodò truncorum sinistrorum, numquam verò dextrorum. Ratio vero est, quia licet licuisset reperire aliqua talia centra etiam truncorum dextrorum ex varijs proposit. miscellanei hyperbolici, in quibus assignantur centra grauitatis solidorum rotundorum ex hyperbola correspondentium illis truncis dexteris; attamen hæc non fuerunt adinuenta nisi ex suppositione quadraturæ hyperbolæ, quæ cum non habeatur, nolluimus in præsenti discurrere nisi de rebus purè geometricis, geometricèque ostensis. Quod si aliquis optet assignare etiam centra æquilibrij illorum truncorum dextrorum, id ei facile erit, si nostris operibus aliquod impenderit studium.

PROPOSITIO XXV.

Si super qualibet figura circa diametrum, sit cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte, vel per parallelam diametro ductam ab extremitate basis, vel extra basim. Centrum æquilibrij trunci sinistri huius cylindrici appensi secundum lineam in extremitate baseos, vel extra basim, per quam transit planum diagonale, quæ sit æqualis diametro figuræ ipsam secabit, vt secatur diameter figuræ à centro grauitatis figuræ.

Est



ESto quælibet figura ABC, circa diametrum BG, & tam ab extremitate basis AC, ducatur CF, æqualis, & parallela diametro BG, quam extra basim, sit ducta KL, itidem æqualis, & parallela BG: super ABC, intelligamus cylindricum rectum sectum tam plano diagonaliter transeunte per CF, & per punctum in latere E, & huius cylindrici sit truncus sinister CABE, quam plano diagonaliter transeunte per Lk, & per punctum idem E, in latere. Dico amborum horum truncorum sinistrorum appensorum secundum FC, Lk,

 centra

centra æquilibrij sic secare ipsas F C, L k, vt secatur B G, à centro grauitatis figuræ A B C.

Patet, quia ex schol. 2. proposit. prim. centra æquilibrij horum truncorum, secant ipsas F C, L k, vt secantur à centris grauitatis annulorum genitorum ex figura A B C, reuoluta tam circa F C, quam circa L k. Centra grauitatis horum annulorum secant F C, L k, ex schol. proposit. 29. miscel. vt secatur B G, à centro grauitatis figuræ A B C. Ergo &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Omnium ergo illorum truncorum habebimus centra æquilibrij in F C, L K, quorum figurarum, super quibus existunt, habemus in diametris centra grauitatis. Hæ sunt infinitæ, infinitisque mod s diuersificatæ. Videat lector scholium citatum, ex eo enim agnoscet amplitudinem præsentis propositionis.

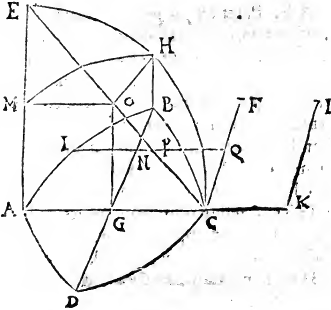
Sed præsens propositio potuisset etiam alio modo ostendi, nempe, ex eo quod centrum æquilibrij totius cylindrici existentis super figura, ac secundum ipsam appensi, sit idem cum centro grauitatis figuræ. Et vice versa, ex eo quod centrum æquilibrij trunci sinistri appensi secundum F C, secet ipsam, vt secatur B G, à centro grauitatis figuræ A B C, nobis liceret faciliter ostendere, centrum æquilibrij totius cylindrici idem esse cum centro grauitatis figuræ,

super

ſuper qua exiſtit. Sed hæc relinquimus lectori conſideranda.

PROPOSITIO XXVI.

Aſsignare lineas in baſibus aliorum truncorum cylindricorum ſuper infinitis parabolis, ac trilineis exiſtentium, variè reſectorum, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.



VT breuiter procedamus quantum fieri poteſt, ac pariter explicemus ea omnia, quæ nobis videntur ſcitu digna circa præſentem materiam cen-

trorum æquilibrij, & grauitatis truncorum cylindricorum, determinauimus in præsenti propositione nonnulla simul colligere, vt etiam supra in varijs propositionibus fecimus, ac assignare centra æquilibrij variorum truncorum.

1. Ergo intelligamus in figura anteced. proposit. A B C, esse quamlibet ex infinitis parabolis cuius exponens sit numerus par, circa diametrum G B, & super ipsa intelligamus C B A E, truncum sinistrum cylindrici recti super parabola existentis, ac secti plano transeunte per C, & per E, punctum in latere A E. Patet ex proposit. anteced. hunc truncum, esse proportionaliter analogum cum annulo ex parabola A B C, reuoluta circa C F, parallelam B G. Intelligamus per G B, erigi planum G H, ipsi parabolæ perpendiculare. Truncus ergo G H C, erit vnus truncorum, cylindrici existentis super semiparabola G B C, ac resecti plano transeunte per diametrum O H, & per C. Erit ergo hic proportionaliter analogus cum annulo orto, ex reuolutione G B C, semiparabolæ circa F C. Quare reliqua pars trunci, nempe G O H B A E, erit proportionaliter analoga cum annulo lato ex reuolutione A B G, semiparabolæ circa F C. Cum ergo, supponendo F C, æquari diametro B G, habeamus in numeris, ex proposit. 10. prim. part. in qua ratione secetur F C, à centro grauitatis annuli ex A B G, reuoluta circa F C; habebimus consequenter in qua ratione secetur B G, à centro æquilibrij

trun-

trunci GHEA, secundum GB, appensi. Quod diligenter explicatum fuit in hoc, intelligendum erit in alijs, in quibus adhibebimus alias figuras.

2. Supponamus enim in sequenti figura, esse supradictam parabolam, ABC, eiusque diametrum esse BD, annulum ex ipsa genitum esse ABCHG, qui sit sectus plano LQ, AG, parallelo: intelligamus super ABD, GHFA, segmentum trunci anteced. schematis, quod segmentum sit rursum sectum plano erecto parabolæ, ac per LI, transeunte. Portionis huius segmenti existentis super ALID, habebimus in ID, centrum æquilibrij, secundum ID, appensi. Hoc autem habemus ex proposit. 11. prim. part. in qua assignatur in NC, centrum grauitatis segmenti annularis ad basim ex ALID, segmento reuoluto circa NC.

3. Annulum prædictum ABCHG, secemus figura ZBX, æquidistanter FC, & ad parabolam genitricem erecta. Super semifigura ZBD, intelligamus cylindricum rectum, sectum diagonaliter plano transeunte per DB, & per punctum in latere erecto à puncto Z. Etiam trunci sinistri huius cylindrici habebimus in BD, centrum æquilibrij, si hunc appendamus secundum BD. Hoc autem habebimus ex schol. citat. proposit. 10. in qua assignatur centrum grauitatis solidi ZBX. Sicuti ex schol. citat. proposit. 11. habebimus centrum grauitatis segmenti ad basim talis trunci, si ipse secetur modo sæpe sæpius explicato.

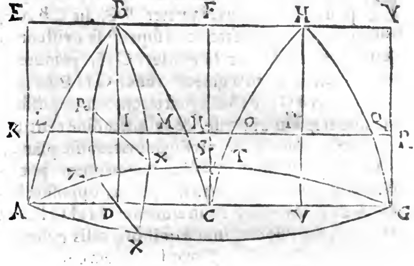
4. Sup-

4. Supponamus A B C, esse quodlibet ex infinitis duplicatis trilineis parabolicis circa axim B D, super quod intelligamus cylindricum sectum, & vt explicatum fuit supra in numero primo in parabola. In B D, datur centrum æquilibrij segmenti trunci existentis super trilineo A B D, ac appensi secundum B D. Hoc quidem datur ex proposit. 20. pri. part. in qua assignatur in F C, centrum grauitatis annuli ex trilineo A B D, reuoluto circa F C. Sicuti ex proposit. 21. habebimus in I D, centrum æquilibrij portionis talis frusti existentis super A L I D, sectis omnibus, vt explicatum fuit supra in numero secundo.

5. Annulus A B C H G, secetur figura Z B X, vt explicatum fuit in numero 3. & sint reliqua, vt ibidem. Centrum æquilibrij in B D, trunci sinistri cylindrici existentis super Z B D, secti vt in numero tertio dictum est, habebimus ex schol. citat. proposit. 20. Sicuti ex schol. citat. proposit. 21. habebimus in I D, centrum æquilibrij portionis talis trunci existentis super portionem ad basim figuræ prædictæ.

6. Supponamus A B C, esse quidem quodlibet ex infinitis trilineis, sed adeo vt B D, sit basis; & sint reliqua iuxta superius dicta. Centrum æquilibrij in B D, segmenti trunci existentis super trilineo A B D, habebimus ex proposit. 24. prim. part. Ex proposit 25. habebimus in I D, centrum æquilibrij portionis segmenti prædicti trunci existentis

super



super ALID, secti consueto modo. Ex schol. proposit. 24. habebimus in BD, centrum æquilibrij trunci sinistri cylindrici recti existentis super semifigura ZBD. Sicuti ex schol. proposit. 25. habebimus in eadem BD, centrum æquilibrij segmenti ad basim prædicti trunci. Intelligendum tamen est, hæc omnia secari superiorum ad instar.

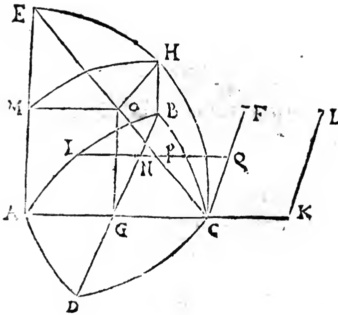
PROPOSITIO XXVII.

Segmenti trunci vt in proposit. anteced. existentis super quacunque parabola cuius exponens sit numerus par, possumus in basi assignare centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

Esto

Esto ergo quælibet parabola A B C, vt in propoſit. antec. cuius diameter B G, ſit C B A E, truncus ſiniſter cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis, ſecti diagonaliter, &c. ſit pariter G H, planum vt ſupra., Dico, quod ſegmenti trunci G H E A, poſſumus in A B G, baſi aſſignare centrum æquilibrij ſecundum ipſam appenſi, & in altitudine centrum grauitatis. Per H O, intelligamus tranſire planum H M O, parallelum A B G. Segmentum prædictum diuiditur in cylindricum, cuius oppoſitæ baſes A B G, M H O, & in truncum M H O E. In A B G, habemus centrum æquilibrij talis cylindrici, ex propoſit. 5. lib. 3. quod eſt idem cum centro grauitatis ſemiparabolæ A B G. Ex propoſit. 12. huius habemus in M H O, ſeù in A B G, centrum æquilibrij trunci O M H F, appenſi ſecundum M H O, ſeù A B G, (E M H O, etenim aliud non eſt, niſi truncus ſiniſter cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemiparabola M H O, reſecti plano tranſeunte per H O, diametrum, & F, punctum in latere.) Si ergo coniungamus ſimul hæc duo centra, & linea ipſa iungens ſecetur in ratione reciproca cylindrici A H, ad truncum M H O E, inuentum punctum, erit centrum æquilibrij totius A B G O H E. Sed rationem cylindrici, ad illum truncum habemus ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. Nam cylindricus A H, ad truncum M H O E, habet eandem rationem, quam habent duo ſolida ſimul ex reuolutione ſemiparabolæ A B G, tam circa B G, quam circa ductam per

A, ipſi



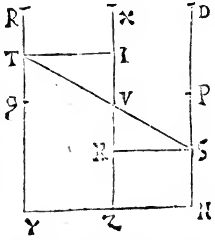
A, ipsi BG, parallelam, ad solidum ex ABG, circa BG, nempe ad conoides. Possumus ergo habere in ABG, centrum æquilibrij prædicti segmenti.

Sed non modo possumus habere centrum prædictum æquilibrij, verùm etiam in altitudine centrum grauitatis. Quod quidem probabitur eodem modo, repertis prius centris grauitatis cylindrici, & trunci, postea argumentando, vt supra factum fuit. Verum, quoniam etiam in numeris potest assignari ratio, in qua secetur altitudo à centro grauitatis, exemplificabimus hoc in trunco super parabola quadratica

Cc exi-

existente. Ex hoc enim exemplo magis, magisque percipiemus modum vniuersaliter illud idem ostendendi.

Sed facilitatis gratia, intelligamus seorsim in schemate sequenti, N, esse centrum æquilibrij cylindrici AH; NP, esse eius altitudinem æqualem AM; Q, esse centrum æquilibrij trunci MOHE, appensi secundum MHO; Y, vero eiusdem centrum æquilibrij appensi secundum ABG; RQ, esse eius altitudinem; RQY, eius duplam æqualem AE; T, esse centrum eius grauitatis; & S, esse medium punctum PN, ac proinde centrum grauitatis cylindrici AH. Si iungamus TS, erit in ipsa centrum grauitatis totius ABGOHE. Sit hoc V, & sit XZ, eius altitudo, & æqualis EA, lateri cylindrici, cui etiam sunt æquales RY, DN; & ducantur TI, S℞, parallelæ YN. RT, est ad TQ, ex schol. proposit. 9. in calce, vt 11. ad 4. seu vt 22. ad 8. Qualium ergo RQ, est 30, & RY, eius dupla, seù XZ, ei æqualis 60. RT, seù XI, erit 22. Sed cum talium NS, seù Z℞, sit 15. quia quarta pars DN, seù XZ. Ergo talium reliqua



1℞,

I℞, erit 23. Ex qualium I℞, eſt 11, talium XZ; erit 28. $\frac{16}{23}$. & XI, 10 cum $\frac{12}{23}$. Cum vero ex corol. 5. propoſit. 4. lib. 3. ſint ſolida ex ſemiparabola ABG, reuoluta tam circa BG, quam circa parallelam BG, ductam per A, ad conoides ex ABG, circa BG, vt 8. ad 3. Et cum ſit vt illa duo ſolida ad conoides ſolum, ſic cylindricus AH, ad truncum MHOE; nempe ſic TV, ad VS; nempe ſic IV, ad V℞. Erit IV, ad V℞, vt 8. ad 3. Qualium ergo I℞, eſt 11, talium IV, erit 8. Sed talium erat XI, 10. $\frac{12}{23}$. & XZ, 28. $\frac{16}{23}$. Ergo XV, erit 18. $\frac{12}{23}$, & reliqua VZ, 10. cum $\frac{4}{23}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 18. $\frac{12}{23}$. ad 10. cum $\frac{4}{23}$; nempe vt 71. ad 39.

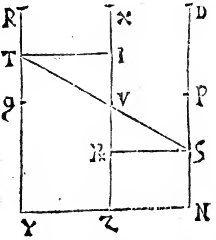
PROPOSITIO XXVIII.

Segmenti trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quacumque figura conſtante ex duabus ſemiparabolis, quarum baſes ſint communis diameter. Poſſumus in baſi aſsignare centrum æquilibrij; & in altitudine grauitatis.

IN ſchem. anteced propoſ. ABC, ſit figura conſtans ex duabus ſemiparabolis ſic diſpoſitis vt BG, baſes ipſarum, ſint communis diameter, & ſint omnia vt in propoſit. anteced. Dico, quod ſegmenti trunci ABGHE, poſſumus aſſignare in ABG, centrum æquilibrij illius ſegmenti, & in altitudine centrum grauitatis. Nam cylindrici AH,

habemus in ABG, centrum æquilibrij ex proposit. 5. lib. 3. nempe semiparabolæ centrum grauitatis. Ex proposit. 10. huius, habemus in MHO, seu ABG, centrum æquilibrij trunci MHOE. Rationem cylindrici AH, ad truncum MHOE, habemus ex coroll. prim. proposit. 4. lib. 3. Ergo ad modum proposit. anteced. eliciemus centrum æquilibrij in ABG.

Pariter eliciemus in altitudine centrum grauitatis, & in numeris in trunco super parabola quadratica. In qua sint, vt prius, NP, altitudo cylindrici; RQ, altitudo trunci MHOE, & reliqua vt supra in proposit. anteced. RT, est ad TQ, vt 5. ad 2. seù vt 10. ad 4. ex schol. proposit. 3. Qualium ergo RQ, est 14. & RY, seù XZ, 28. talium RT, seù XI, erit 10. & NS, seù Z℞, quarta pars XZ, erit 7. & reliqua I℞, 11. Et qualium I℞, est 7. talium XZ, erit 17. cum $\frac{9}{11}$. & XI, 6. cum $\frac{4}{11}$. Sed ex coroll. pri. proposit. 4. lib. 3. sunt duo solida ex ABG, reuoluta tam circa basim BG, quam circa per A, ductam parallelam BG, ad solidum ex ABG, circa BG; nempe ad semifusum, vt 5. ad 2. & vt illa



duo

duo solida, ad illud solidum, sic cylindricus A H, ad truncum M H O E; nempe sic T V, ad V S; nempe I V, ad V ℞. Ergo I V, erit ad V ℞, vt 5. ad 2. Qualium ergo I ℞, est 7. talium I V, erit 5. Sed talium tota X Z, 17. cum $\frac{9}{11}$ & X I, 6. cum $\frac{4}{11}$. Ergo talium erit X V, 11, cum $\frac{4}{11}$; & reliqua V Z, 6. cum $\frac{5}{11}$. Erit ergo X V, ad V Z, vt 11, cum $\frac{4}{11}$, ad 6, cum $\frac{5}{11}$; nempe vt 125. ad 71.

PROPOSITIO XXIX.

Segmenti trunci in proposit. anteced. existentis super quocumque duplicato trilineo circa diametrum, possumus in basi assignare centrum æquilibrij, & in diametro grauitatis.

SEd supponamus A B C, esse quodlibet duplicatum trilineum circa diametrum B G, &c. Dico trunci A B G O H E, nos posse habere in A B G, centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

De centro æquilibrij, patet. Quia centrum æquilibrij cylindrici A H, habemus ex proposit. 8. lib. 3. in qua assignatur centrum grauitatis trilinei A B G. Centrum æquilibrij trunci M H O E, in M H O, seù in A B G, habemus ex proposit. 16. huius. Rationem cylindrici A H, ad truncum M H O E, habemus ex schol. citat. proposit. 8. lib. 3. in fine. Quare patet propositum.

De

De centro vero grauitatis in altitudine, exemplificabimus in trilineo parabolico quadratico. In quo, supponentes præparationem adhibitam in proposit. anteced. ex schol. proposit. 8. huius, RQ, altitudo trunci sinistri MHOE, sic secatur in T, centro grauitatis trunci prædicti, vt RT, sit ad TQ, vt 16. ad 5. seu vt 32. ad 10. Qualium ergo RQ, est 42. & eius dupla RY, seù XZ, est 84. talium XI, est 32. & Z℞, quia ZX, quarta pars, 21. Ergo reliqua I℞, erit talium 31. Et qualium I℞, erit 13. talium tota XZ, erit 35. $\frac{7}{31}$. & XI, 13, $\frac{13}{31}$. Verum quoniam duo solida ex trilineo ABG, reuoluto tam circa diametrum BG, quam circa ductam per A, ipsi BG, parallelam, est ad conicum circa BG, vt 10. ad 3. ex citat. schol. proposit. 8. lib. 3. & vt illa duo solida, ad conicum, sic cylindricus AH, ad truncum MHOE; & vt cylindricus, ad truncum, sic TV, ad VS; nempe sic IV, ad V℞. Ergo IV, ad V℞, erit vt 10. ad 3. Ergo qualium I℞, est 13. talium IV, erit 10. Sed talium XI, erat 13. $\frac{13}{31}$. Ergo talium erit XV, 23. $\frac{13}{31}$. Sed talium erat tota XZ, 35. $\frac{7}{31}$. Ergo reliqua VZ, erit 11. $\frac{25}{31}$. XZ, ergo sic diuidetur ab V, centro grauitatis prædicti segmenti trunci, vt XV, sit ad VZ, vt 23. $\frac{13}{31}$. ad 11. $\frac{25}{31}$. nempe vt 121. ad 61.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

Segmenti vt in anteced. proposit. super duplicato trilineo circa basim, cuius exponens sit numerus par. Possumus eadem centra assignare.

SEd ABC, sit duplicatum quodcunque trilineum circa communem basim BG. Dico &c. Centrum æquilibrij in basi ABG, reperietur. Quia ex citat. proposit. 8. lib. 3. habemus in trilineo ABG, centrum æquilibrij cylindrici AH; nempe grauitatis trilinei. Centrum æquilibrij in ABG, vel in MHO, trunci sinistri MHOE, habemus ex proposit. 14. huius. Ratio cylindrici AH, ad truncum MHOE, habetur ex coroll. 2. proposit. 4. lib. 3. Quare patet propositum quoad primum.

Quoad secundum patebit ex superioribus, & ex exemplo statim adducendo in numeris in trilineo parabolico quadratico. Sint in secundo schemate eadem, quæ supra. Ergo RQ, altitudo trunci MHOE, sic secatur à T, centro grauitatis, vt RT, sit quadrupla TQ, ex schol. proposit. 5. Qualium ergo RY, seù XZ, dupla RQ, est 20. talium RT, seù XI, erit 8. Sed talium Z℞, est 5. Ergo reliqua I℞, erit 7 Et qualium I℞, erit 5. talium XZ, erit 14 $\frac{2}{7}$, & XI, 5. $\frac{5}{7}$. Cum vero deducatur ex coroll. citat. esse annulum ex trilineo ABG, circa parallelam ipsi BG, ductam per

A, vna

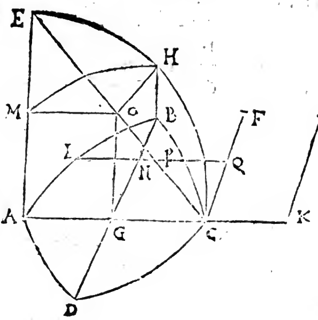
A, vna cum conico ex ABG, circa BG, ad ipsum conicum vt 4. ad 1. Ergo qualium Iϰ, erit 5. talium IV, erit 4. Ergo tota ZV, erit 9. $\frac{5}{7}$. Ergo reliqua VZ, erit talium 4. $\frac{4}{7}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 9. $\frac{5}{7}$. ad 4. $\frac{4}{7}$. nempe vt 17. ad 8.

PROPOSITIO XXXI.

Segmenti ad basim segmenti, vt in antecedentibus propositionibus, existentis super quacunque parabola, cuius exponens sit numerus par. Possumus centra æquilibrij in basi, & grauitatis in altitudine assignare.

ESto parabola ABC, circa diametrum BG, & cuius exponens sit numerus par: super semiparabola ABG, sit segmentum ABGOHE, trunci, vt in proposit. anteced. sit IN, parallela AG, per quam intelligamus transire planum parallelum AEC; hoc secabit tam cylindricum AH, quam truncum MHOE, in duo segmenta, quorum illa, quæ terminantur ad EAGO, trapezium simul sumpta, vocamus segmentum ad basim segmenti ABGOHE. Dico, quod huiusmodi segmenti ad basim, possumus in AING, centrum æquilibrij assignare, & in altitudine centrum grauitatis.

Primum patebit ad modum superiorum. Nam segmenti ad basim cylindrici AH, existentis super AING, habemus in AING, centrum æquilibrij,



brij, quod idem eſt cum centro grauitatis ipſius AING, quod habetur ex ſchol. propoſit. 11. lib. 3. Segmenti ad baſim trunci exiſtentis ſuper ſegmento ſemiparabolæ MHO, ſimili, & æquali ipſi AING, habemus in MHO, ſeù in AING, centrum æquilibrij, ex propoſit. 19. huius. Ratio cylindrici exiſtentis ſuper AING, ad ſegmentum trunci MHOE, ad baſim, habetur ex ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. in quo aſſignatur ratio ſolidi ex ſegmento AING, circa parallelam NG, ductam per A, ad ſolidum ex eodem circa NG: nam cylindri-

cus ad basim, est ad segmentum ad basim trunci MHOE, vt duo dicta solida rotunda, ad vnum ipsorum, nempe ad illud circa NG. Quare patet dari centrum æquilibrij.

Quantum ad centrum grauitatis in altitudine, patet. Quia datur medium punctum altitudinis, nempe centrum grauitatis cylindrici ad basim, existentis super AING. Datur etiam ex cit. prop. 19. in altitudine segmenti ad basim trunci MHOE. Si ergo coniungantur hæc centra, & linea coniungens secetur in ratione reciproca solidorum, quæ hauritur ex citat. proposit. 11. lib. 3. punctum inuentum erit centrum grauitatis secans altitudinem totius illius segmenti trunci ad basim.

PROPOSITIO XXXII.

Segmenti ad basim segmenti, vt in antecedentibus propositionibus, existentis super quotcunque duplicato trilineo circa diametrum. Possumus centra æquilibrij in basi, & grauitatis in altitudine assignare.

SEd supponamus ABC, esse quodcunque duplicatum trilineum circa diametrum BG, & segmentum trunci ABGOHE, intelligatur sectum plano transeunte per IN, vt explicatum fuit in antecedenti propositione. Dico, quod segmenti ad basim huiusce segmenti possumus habere præfata centra.

De

De centro æquilibrij, patet. Quia cylindrici existentis super A I N G, centrum æquilibrij in A I N G, habemus ex scholio proposit. 13. lib. 3. Segmenti ad basim trunci M H O E, centrum æquilibrij in basi habetur ex proposit. 21. Ratio cylindrici ad basim, ad segmentum prædictum ad basim, habetur ex schol. citat. propos. 13. lib. 3. Quare habebitur etiam centrum æquilibrij.

De centro grauitatis etiam patet. Quia cum habeamus centra grauitatis tam cylindrici ad basim, quam ex proposit. citat. 21. segmenti ad basim trunci M H O E: Et pariter cum habeamus ex citat. schol. rationem prædictorum solidorum; patebit etiam centrum grauitatis quæsitum.

PROPOSITIO XXXIII.

Totius trunci sinistri cylindrici existentis super quacunque parabola, cuius exponens sit numerus par, resecti plano transeunte per parallelam ductam diametro per extremum punctum basis, & punctum in latere erecto ab altero extremo basis. Possumus centra æquilibrij in basi, & grauitatis in altitudine assignare.

SIt quæcunque parabola A B C, cuius exponens sit numerus par, & cuius diameter sit B G, & cylindrici recti super ipsa existentis, ac secti plano transeunte per C F, B G, parallelam, ac per punctum E, in latere A E, sit truncus sinister A B C E. Dico,

 quod

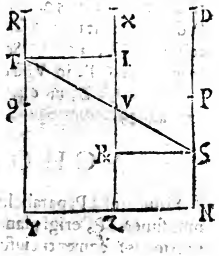
quod huius trunci possumus in ABC, assignare centrum æquilibrij, & in eius altitudine centrum grauitatis.

Quoad primum. Erecto GH, plano, vt prius, segmenti trunci ABGOHE, habemus in ABG, centrum æquilibrij ex proposit. 27. Trunci GHC, habemus centrum æquilibrij in GBC, ex proposit. 13. Si ergo simul iungamus hæc centra, & linea nectens secetur in ratione reciproca illorum segmentorum trunci, inuentum punctum erit centrum æquilibrij quæsitum. Quod vero habeamus rationem segmenti ABGOHE, ad truncum GHC, patet ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 3. in quo assignatur ratio, quam habet conoides ex GBC, circa BG, ad annulum ex GBC, circa FC: AGBOHE, etenim, est ad GHC, vt duo conoidea, simul cum annulo, ad annulum, vt patet ex superioribus à nobis dictis. Quare patet primum.

Secundum vero sic patebit. Nam ex proposit. 27. habemus centrum grauitatis in altitudine segmenti trunci ABGOHE. Ex proposit. 9. habemus centrum grauitatis in altitudine trunci GHC. Si ergo nectentes hæc duo centra, linea vniens secetur in ratione reciprocà solidorum. Erit inuentum centrum grauitatis quæsitum.

Sed quoniam numero potest renuntiari, in qua ratione secetur dicta altitudo, ideo non est tam citò discedendum à præsenti materia. Sed ad euitandam confusionem, supponamus in sequenti figura, RY, esse

esse altitudinem trunci ABGOHE, & T, eius centrum grauitatis; PN, sit altitudo trunci GHC, cuius dupla DN, & eius centrum S. Secetur TS, nectens centra in V, vt sit TV, ad VS, reciprocè vt truncus GHC, ad segmentum ABGOHE, adeo vt V, in



altitudine XZ, sit centrum grauitatis totius trunci ABCE. Est in præsenti in parabola quadratica exemplificandum, quæ nam in numeris sit ratio, quam habet XV, ad VZ. Sint TI, S℞, parallelæ YN. Ex proposit. 27. RT, est supponenda esse ad TY, vt 71. ad 39. Et ex schol. proposit. 9. est supponendum, esse PS, ad SN, vt 16. ad 9. & DS, ad SN; seù X℞, ad ℞Z, vt 41. ad 9. nempe vt 90. $\frac{1}{7}$. ad 19. $\frac{6}{7}$. Qualium ergo tota XZ, est 110. talium XI, est 71. X℞. 90. $\frac{1}{7}$. Ergo talium I℞, erit 19. $\frac{1}{7}$. Et qualium I℞, erit 16. talium tota XZ, erit 91. $\frac{64}{96}$. & XI, 59. $\frac{16}{96}$. Cum ergo ex coroll. 3. proposit. 4. lib. 3. sit truncus GHC, ad segmentum ABGOHE, vt 5. ad 11. Et cum vt truncus ad segmentum, sic TV, ad VS; nempe IV, ad V℞: erit IV, ad V℞, vt 5. ad

11. Ergo IV, erit 5. qualium IV, est 16. Sed talium erat XI, 59. $\frac{16}{96}$. Ergo XV, erit 64. $\frac{16}{96}$. Sed talium erat tota XZ, 91. $\frac{64}{96}$. Ergo erit talium reliqua VZ, 27. $\frac{48}{96}$. Secatur ergo XZ, altitudo trunci ABCE, in V, à centro grauitatis trunci, vt sit XV, ad VZ, vt 64. $\frac{16}{96}$. ad 27. $\frac{48}{96}$. nempe vt 77. ad 33.

SCHOLIVM.

Si ducatur IP, parallela AC, & mente concipiamus super IP, erigi planum secans truncum in duas portiones: segmenti eiusdem ad basim, nempe existentis super AIPC, possumus habere in AIPC, centrum æquilibrij, & in altitudine grauitatis. Centrum æquilibrij habetur, quia ex proposit. 31. habetur centrum æquilibrij in AING, segmenti ad basim existentis super AING. Ex proposit. 29. habetur centrum æquilibrij segmenti ad basim existentis super GNPC. Si ergo vniamus simul hæc centra, & diuidamus lineam nectentem, in ratione reciproca, quæ tamen potest hauriri ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. habebimus pariter in AIPC, centrum æquilibrij quæsitum.

Centrum vero grauitatis habebitur ex ijsdem propositionibus citatis.

PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

Trunci, vt in antecedenti propositione, existentis super duplicata quacunque semiparabola circa basim. Possumus assignare centra prædicta.

SIt ABC, figura constans ex duabus semiparabolis, sic dispositis vt bases BG, sint communis diameter, & in reliquis, sint eadem, quæ supra. Dico, quod trunci ABCE, possumus in ABC, assignare centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

De centro æquilibrij, patet. Quia segmenti trunci ABGOHE, habemus in ABG, centrum æquilibrij ex proposit. 28. Trunci GHC, habemus in GBC, centrum æquilibrij ex schol. proposit. 11. Rationem segmenti ABGOHE, ad truncum GHC, habemus ex coroll. prim. proposit. 4. lib. 3. Quare possumus habere centrum æquilibrij in basi.

De centro grauitatis in altitudine, patet. Nam centrum grauitatis segmenti ABGOHE, habemus ex citat. proposit. 28. Et pariter ex proposit. 4. habemus centrum grauitatis trunci GHC.

In numeris autem sic exprimetur in parabola quadratica, supponentes, vt prius, T, esse centrum grauitatis segmenti trunci ABGOHE; & S, trunci GHC, & reliqua, vt in anteced. proposit. Ex proposit. ergo 28. est RT, ad TY, seu XI, ad IZ, vt

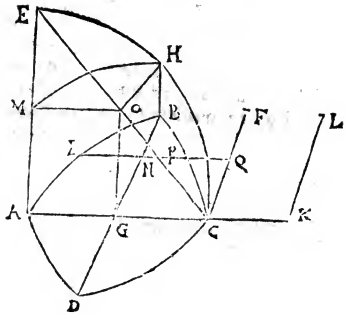
125.

125. ad 71. Et ex proposit. 4. erit PS, ad SN, vt 9. ad 5. Et DS, erit ad SN, seù X℞, ad ℞Z, vt 23. ad 5. nempe vt 164. $\frac{16}{17}$. ad 31. $\frac{1}{17}$. Qualium ergo tota XZ, est 196. talium XI, erit 125. & ℞Z, 31. $\frac{1}{17}$. Ergo reliqua I℞, erit talium 39. $\frac{16}{17}$. Et qualium I℞, erit 10. talium XZ, erit 49. $\frac{588}{1107}$. & XI, erit 31. $\frac{652}{1107}$. Cum verò ex coroll. prim. proposit. 4. lib. 3. sit truncus GHC, ad truncum ABGOHE, vt 3. ad 7. & cum sic sit reciprocè TV, ad VS, seù IV, ad V℞. Qualium I℞, erit 10. talium IV, erit 3. Sed talium XI, erat 31. $\frac{652}{1107}$. Ergo talium XV, erit 34. $\frac{652}{1107}$. Sed talium erat tota XZ, 49. $\frac{588}{1107}$. Ergo reliqua VZ, erit talium 14. $\frac{1044}{1107}$. Erit ergo XV, ad VZ, in prædicta ratione, nempe vt 13720. ad 4139.

PROPOSITIO XXXV.

Trunci, vt in proposit. anteced. existentis super quocunque duplicato trilineo circa diametrum. Possumus prædicta centra assignare.

SEd ABC, sit figura constans ex duobus trilineis circa diametrum BG. Dico &c. De centro æquilibrij patet; quia segmenti ABGHE, habetur centrum æquilibrij ex proposit. 29. Ex proposit. 17. habetur in GBC, centrum æquilibrij trunci GHC. Ratio GHC, ad ABGHE, habetur ex schol. proposit. 8. lib. 3. Discurrendo ergo, vt sæpe factum



factum fuit, patebit haberi centrum æquilibrij in basi totius trunci.

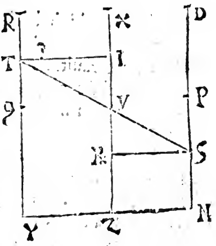
Centrum grauitatis in altitudine habebitur eodem modo; sed exemplificantes in trilineo parabolico quadratico in numeris, totam rem ante oculos ponemus. Sint in altera figura T, & S, centra vt prius; & sint reliqua omnia. Ex proposit. 29. R T, est ad T Y, seù X I, ad I Z, vt 121. ad 61. Et ex schol. proposit. 8. est P S, ad S N, vt 30. ad 19. Et D S, est ad S N, vt 79. ad 19. nempe vt 146. $\frac{70}{38}$. ad 35. $\frac{28}{38}$. Qualium ergo tota X Z, est 182.

Be ta-

talium X I, est 121. & DS, seù X℞, est 146. $\frac{70}{98}$. Ergo talium erit I℞, 25. $\frac{70}{98}$. Et qualium I℞, erit 20. talium tota XZ, erit 141. $\frac{400}{3720}$. Et X I, erit 94. $\frac{280}{3720}$. Cum vero ex schol. proposit. 8. lib. 3. deducatur esse GHC, truncum, ad ABGHE; nempe TV, ad VS; nempe IV, ad V℞, vt 7. ad 13. Erit IV, 7. & V℞, 13. qualium I℞, est 20. Ergo talium erit XV, 101. $\frac{280}{3720}$. & reliqua VZ, talium erit 40. $\frac{120}{3720}$. Diuiditur ergo XZ, ab V, centro grauitatis totius trunci ABCE, in prædicta ratione; nempe vt 6370. ad 2523.

Si etiam in præsenti ducatur IP, parallela AC, & super ipsam intelligabus planum erectum ABC, secans frustum in duo segmenta; habebimus segmenti ad basim, nempe existentis super AIPC, centrum æquilibrij in AIPC, & grauitatis in altitudine.

Primum habebimus ex proposit. 32. in qua assignatur centrum æquilibrij segmenti ad basim existentis super AING. Ex proposit. 22. in qua habetur in GNPC, centrum æquilibrij segmenti ad basim existentis super GNPC. Et ex schol. proposit. 13. ex quo



hau-

hauritur ratio ſegmenti ad ſegmentum.

Secundum deducitur ex ijſdem propoſitionibus.

PROPOSITIO XXXVI.

Trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo circa baſim, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus prædicta centra aſsignare.

ABC, ſit figura conſtans ex duobus duplicatis trilineis ſic diſpoſitis, vt baſes BG, ſint axis. Dico poſſe aſſignari centra prædicta. Centrum æquilibrij habetur ex propoſit. 30. in qua aſſignatur in ABG, centrum æquilibrij trunci ABGHE. Ex propoſit. 15. in qua aſſignatur in GBC, centrum æquilibrij trunci GHC. Et ex coroll. 2. lib. 3. ex quo deducitur facillime ratio trunci ad truncum.

Centrum grauitatis in altitudine etiam poteſt haberi, & lector ipſum vniuerſaliter deducet ex modo particulari ſtatim adhibendo in numeris in trilineo parabolico quadratico. Supponentes ergo, quæ ſupra ſuppoſita ſunt in ſecundo ſchemate, T, centrum grauitatis ABGHE, ſic ex propoſit. 30. diuidit RY, vt ſit RT, ad TY, ſeù XI, ad IZ, vt 17. ad 8. S, verò centrum grauitatis trunci GHC, ſic diuidit PN, vt ſit PS, ad SN, vt 6. ad 4. ex propoſit. 6. Ergo DS, erit ad SN, vt 16.

ad 4. nempe vt 20. ad 5. Qualium ergo XZ, est 25. talium XI, erit 17. & X℞, 20. Ergo talium I℞, erit 3. Et qualium I℞, erit 10. talium XZ, erit 83. $\frac{1}{3}$. & XI, 56. $\frac{2}{3}$. Cum vero ex citat. schol. 2. proposit. 4. lib. 3. sit GHC, ad ABGHE; nempe TV, ad VS; nempe IV, ad V℞, vt 3. ad 7. Ergo qualium I℞, est 10. talium IV, erit 3. & V℞, 7. Ergo talium XV, erit 59. $\frac{2}{3}$. & reliqua VZ. 23. $\frac{2}{3}$. Est ergo XV, ad VZ, vt 59. $\frac{2}{3}$. ad 23. $\frac{2}{3}$. nempe vt 179. ad 71.

Finis Secundæ Partis.

MI-

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS TERTIA.

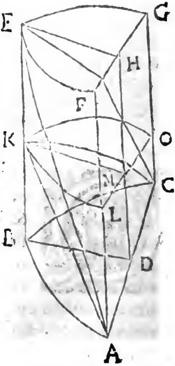
IN QVA TANGVNTVR QVÆDAM CIRCA centra grauitatis superficierum ceruarum; assignanturque centrum grauitatis cuiuscunque portionis superficiei sphæricæ.

QVOT sint ea symptomata, quæ ex analogia inter solida rotunda, & inter truncos cylindricos existentes super figuris genitricibus ipsorum, emanant, licuit lectori videre ex his, quæ passim exposuimus in nostris operibus, ac præsertim in tota antecedenti parte. Sed nè cogitet amabò in his pedem sistendum. Quamplurima etenim remanent, quorum aliqua tangemus in parte præsenti; simulque campum longe, lateque patentem ad innumera noua indaganda aperiemus.

PRO-

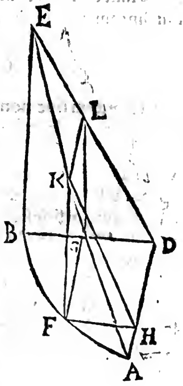
PROPOSITIO I.

Si sint eadem, quæ in proposit. 10. lib. 2. & in proposit. pri. part. ant. Superficies cylindrica trunci sinistri, erit ad superficiem solidi rotundi ex sua base, base, vel basibus exceptis, vt latus cylindrici ad circumferentiam dictam.



DE istis materijs eruditissime scribit Tacquet in lib. 2. cylin. & annul. nos breuius quam fieri poterit, explicabimus dictam doctrinam, vt ex ipsa colligamus spicas ab alijs messoribus neglectas. Esto ergo v. g. quælibet figura ABC, circa axim B D, super quam sit cylindricus rectus cuius oppositæ bases A B C, F E G, qui sit sectus plano daigonali A E C. Dico superficiem cylindricam trunci sinistri A B E C, excepta basi A B C &, plano diagonali A E C (hanc enim intelligimus pro superficie cylindrica) esse ad superficiem curuam solidi ex A B C, reuoluta circa A C, excepta basi si adesset (vtpote si vo-

si volueretur ABD) vt EB, ad circumferentiam circuli cuius semidiameter BD. Etiam nunc, ad confusionem euitandam, ostendemus hoc in sequenti figura in dimidio trunco ABDE, in quo accipiatur arbitrariè punctum F, à quo erigatur latus cylindrici Fk, & ducatur FH, parallela BD, & reliqua vt in schemate. Et dictis & in prop. 10. lib. 2. & in proposit. pri. part. anteced. facile patebit, esse EB, ad BD, vt LG, ad GD; nempe vt kF, ad FH. Sed vt BD, ad circumferentiam ex radio BD,



sic FH, ad circumferentiam ex radio FH. Ergo ex æquali, vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, sic kF, ad circumferentiam ex radio FH. Sed punctum F, sumptum fuit arbitrariè. Ergo vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, sic omnia latera superficiei cylindricæ EBA, parallela EB, ad omnes circumferentias descriptas ex reuolutione curuæ BFA, circa AD; nempe sic superficies cylindrica ad superficiem curuam solidi rotundi: tam enim latera super-

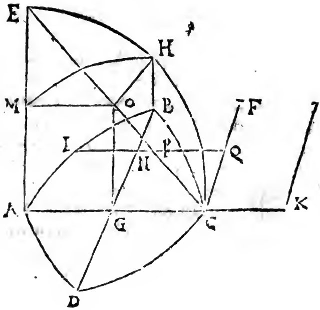
per-

perficiei cylindricæ, quam peripheriæ ſuperficiei curuæ ſunt eiuſdem trinſitus, nam procedunt ſecundum lineam B F A. Quare &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet autem hoc non ſolum verificari quoad totas magnitudines, ſed etiam quoad partes proportionales. Non enim ſolum verificatur totam ſuperficiem cylindricam E B A, eſſe ad totam ſuperficiem curuam ex B F A, vt E B, ad prædictam circumferentiam, ſed etiam ſic eſſe k F A, ad ſuperficiem curuam ex F A; & ſic de alijs partibus proportionalibus. Quare poterimus etiam concludere, quod erit vt ſuperficies E B F k, ad ſuperficiem ex B F, ſic ſuperficies k F A, ad ſuperficiem ex F A. Et permutando. Vniuerſaliter ergo poteſt deduci ex doctrinis explicatis in lib. 4. ſuperficiem cylindricam E B A, & ſuperficiem curuam ex B F A, circa D A, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Etiam nunc ergo centra grauitatis, & æquilibrij harum ſuperficierum ſecabunt æqualiter A D. Nempe ita ſecabitur A D, à centro grauitatis ſuperficiei curuæ genitæ ex B F A, reuoluta circa A D, ſicuti ſecatur à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ E B A, appenſæ ſecundum A D. Idem intelligatur de cæteris partibus proportionalibus.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Etiam in præsenti, licet propositio probata sit de trunco existente super figura basim AD, habente, attamen est vniuersalissima, & verificatur etiam de figuris basibus carentibus. Sit enim in schem. seq. quælibet figura ABCD, circa diametrum BD, & super dimidia ipsius ABC, (etiam enim nunc sufficit ostendere in dimidia) intelligamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte vel per CF, vel per kL, & per E; sit sectum per FC, &

E (quod enim dicetur de hac sectione, cuius deinceps indigemus, patebit eodem modo verificari de alia sectione) vt sit truncus sinister A B C E; etiam in hoc trunco verificabitur, esse superficiem cylindricam præfati trunci, nempe A E B C, ad superficiem genitam ex reuolutione lineæ curuæ A B C, reuolutæ circa F C, vt E A, ad circumferentiam ex radio A C; & præfatas superficies esse proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Eodem enim modo patebit, quod si à puncto I, intelligamus erigi latus cylindrici incidens curuæ E H C, hoc esse ad circumferentiam ex radio I Q, vt E A, ad circumferentiam ex radio A C. Idem probabitur de omnibus alijs. Et non dissimili modo probaretur si cylindricus esset sectus plano transeunte per K L, & E. Omnes ergo supradictæ superficies sunt inter se proportionaliter analogæ: & consequenter eodem modo secabuntur F C, L k, à centris æquilibrij, & grauitatis ipsarum.

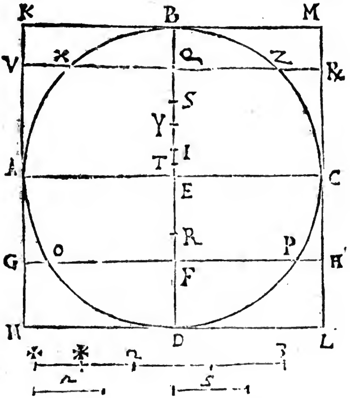
His ergo explicatis, patet quomodo aperiatur via rimandi centra grauitatis, & æquilibrij superficierum curuarum. Nam si aderit aliqua via indagandi centrum grauitatis superficiei solidi rotundi, statim habebimus centrum æquilibrij superficiei cylindraceæ trunci, explicati, & è contra.

PRO-

PROPOSITIO II.

Cuiuscunque portionis superficiei sphæricæ, basi excepta, centrum grauitatis diuidit axim bifariam.

Esto OBP, portio sphæræ, cuius axis BF. Dico superficiei sphæricæ genitæ ex OAB, circa BF, centrum grauitatis esse in medio BF. Intelligamus parallelogrammum KL, toti sphæræ circumscriptum. Vt deducitur ex Archimede lib. 1. de sphær. & cylind. proposit. 40. & 41. & vt passim ab alijs probatur, superficies totius sphæræ ad superficiem portionis OBP, est vt DB, ad BF. Sed vt DB, ad BF, ita parallelogrammum kL, ad parallelogrammum kH. Ergo superficies ad superficiem, est vt parallelogrammum ad parallelogrammum. Sic probaretur de quibuscunque alijs portionibus. Ergo superficies sphærica DABC, & parallelogrammum KL, sunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, iuxta doctrinas passim à nobis explicatas. Ergo centra grauitatis ipsorum eodem modo secabunt partes axis correspondentes. Sed centrum grauitatis parallelogrammi v.g. kH, diuidit BF, bifariam. Ergo etiam centrum grauitatis portionis superficiei sphæricæ OBP, diuidet BF, bifariam. Et sic in alijs. Quod erat ostendendum.



SCHOLIVM.

Ex dictis patet quantum deceptus fuerit Guldinus lib. prim. Centrobarycæ. cap. 10. proposit. 5. dum ait posse probari per inscriptionem, & circumscriptionem figurarum, centrum grauitatis superficiei sphæricæ v. g. OBP, esse idem cum centro grauitatis portionis OBP, circuli. Videatur locus citatus.

Sed

Sed hæc sunt extra intentum. Reddeamus ergo ad nos.

Ex doctrinis superius expositis habetur, quod si super semicirculo D A B, intelligatur cylindricus sectus diagonaliter plano transeunte per D B, & per punctum in latere erecto à puncto A: habetur inquam, centrum æquilibrij, cuiuscumque segmenti superficiei cylindricæ huius, resectæ latere, vel lateribus, appensæ secundum B D, esse in medio axis correspondentis. V.g. si dicta superficies cylindracea, secetur latere erecto à puncto O: superficiei cylindraceæ super O A B, existentis centrum æquilibrij, appensæ secundam B F, erit in medio B F. Sic discurratur de cæteris partibus.

PROPOSITIO III.

Centrum grauitatis perimetri cuiuscunque portionis sphæræ sic diuidit eius axim, vt pars terminata ad verticem, sit ad reliquam, vt diameter sphæræ, cum dupla axi reliquæ portionis, ad diametrum sphæræ.

ESto, vt prius, sphæra, & eius portio O B P, sitque E, centrum grauitatis totius perimetri portionis O B P. Dico esse B E, ad E F, vt dupla D F, cum D B, ad D B. Diuidatur B F, bifariam in I. Ergo ex proposit. anteced. erit I, centrum grauitatis superficiei sphæricæ portionis. Sed F, est centrum grauitatis circuli O F P: cum ergo sit E,

cen-

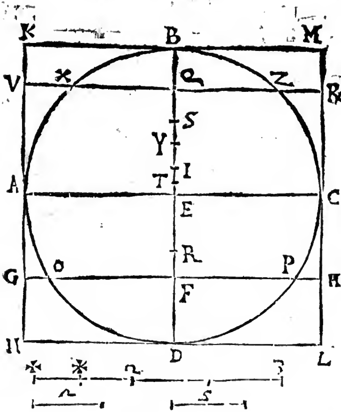
centrum totius perimetri, erit reciprocè circulus OFP, ad superficiem sphæricam OBP, vt IE, ad EF. Sed circulus OFP, est ad superficiem sphæricam OBP, vt quadratum OF, nempe rectangulum DFB, ad quadratum rectæ BO (si intelligatur ducta) vt deducitur ex Archimede loc. citat. nempe ad rectangulum DBF: & cum sit vt rectangulum ad rectangulum, sic (propter commune latus BF) DF, ad DB. Ergo erit vt IE, ad EF, sic DF, ad DB. Et componendo, erit IF, ad FE, vt DF, cum DB, ad DB. Et antecedentium dupla; erit ergo BF, ad FE, vt dupla DF, cum dupla DB, ad DB. Et diuidendo, erit BE, ad EF, vt dupla DF, cum DB, ad DB. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Ergo centrum grauitatis perimetri hemisphærij ABC, quod sit v. g. Y, sic diuidit BE, vt sit BY, dupla YE. In tali enim casu, dupla DE, cum DB, est dupla DB.

PROPOSITIO IV.

Centrum grauitatis superficiei cuiuscunque cylindri diuidit eius diametrum bifariam.



PRæſens propoſitio eſt facilliſſima, itaut pudeat ipſam oſtendere, præcipue, quia ab alijs oſtenditur. At vt demonſtremus qualiter methodi à nobis adhibitæ etiam his, & ſimilibus inſeruiant, ipſam oſtendemus, & putamus eius demonſtrationem haud futuram ſine lucro. Eſto ergo cylindrus kL. Dicimus centrum grauitatis eius ſuperficiei cylindricæ eſſe E, medium punctum BD. Patet, quia facile conſtat ſuperficiem cylindricam eſſe propor-tio-

tionaliter analogam cum parallelogrammo kL. Ergo &c. Quod &c.

Vel super KD, parallelogrammum generans cylindrum concipiamus cylindricum rectum sectum diagonaliter plano transeunte per DB, & per latus oppositum ipsi Nk. Ergo ex traditis initio huius partis, superficies cylindri (intellige semper basibus exceptis) erit proportionaliter analoga cum superficie cylindrici trunci sinistri (quæ in nostro casu, quia truncus sinister est prisma, erit parallelogrammum.) Ergo DB, secabitur eodem modo à centro grauitatis & æquilibrij harum superficierum. Sed centrum æquilibrij illius parallelogrammi appensi secundum DB, bisecat DB. Ergo & centrum superficiei cylindri kL, bisecabit BD.

SCHOLIVM.

Non solum autem medium punctum E, erit centrum grauitatis superficiei cylindri kL, sed etiam totius ipsius perimetri. Istæ autem sunt nugæ; sed ex istis nugis patet, superficiem cylindri kL, & superficiem sphæræ DABC, esse magnitudines proportionaliter analogas, iuxta sensum, infinitis propemodum vicibus, explicatum. Quare eandem proportionem habebit tota superficies cylindri kI (basibus exceptis) ad totam superficiem sphæræ, quam habet quælibet pars ad quamlibet partem. V.g. quam habet superficies cylindri Kæ, ad superficiem portionis

tionis XBZ. Si ergo superficies cylindri kL, est æqualis superficiei sphæræ, vt ostenditur ab Archimede, & ab alijs; etiam quęlibet pars superficiei cylindri, erit ęqualis superficiei portionis sphęrę, quam includit.

PROPOSITIO V.

Centrum grauitatis perimetri excessus cylindri circumscripti hemisphærio supra ipsum, sic diuidit axim eiusdem, vt pars terminata ad centrum hemisphærij, sit reliquę sesquialtera.

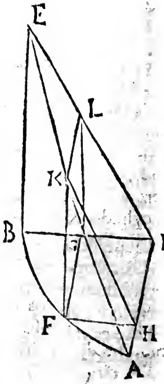
SIt Q, in schem. anteced. centrum grauitatis perimetri excessus cylindri kC, supra hemisphærium ABC. Dico EQ, esse QB, sesquialteram. Perimeter enim talis excessus clauditur superficie cylindrica kACM, superficie sphærica ABC, & circulo kBM. Sit S, medium punctum BE. Ergo erit ex proposit. 2. & 4. centrum grauitatis tam superficiei cylindri KACM, quam sphæricæ ABC. Cum vero B, sit etiam centrum grauitatis circuli kBM, erit reciprocè SQ, ad QB, vt circulus kBM, ad vtrasque superficies simul. Sed cum superficies cylindrica sit æqualis superficiei sphæricę ABC; & cum hæc ex famosis doctrinis Archimedis, & aliorum, sit dupla circuli kBM; erunt ambæ quadruplæ circuli kBM. Ergo SQ, erit ad QB, vt 1. ad 4. Ergo EQ, erit ad QB, vt 6. ad

4; emnpe in ratione ſeſquialtera. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis ſuperficiei conicæ, baſi excepta, ſic diuidit eius diametrum, vt pars ad verticem terminata, ſit reliquæ dupla.

SVpponamus BAD, licet ſchema non exprimat, eſſet triangulum, ex cuius reuolutione circa A D, intelligamus genitum eſſe conum. Dico centrum grauitatis ſuperficiei conicæ, baſi excepta, ſic diuidere A D, vt pars terminata ad A, ſit reliquæ dupla. Super triangulum ABD, concipiamus cylindricum, qui ſectus plano diagonaliter tranſeunte per AD, & per E, punctum in latere exhibeat truncum ſiniſtrum ABDE. Huius ſuperficies cylindrica EBA, erit

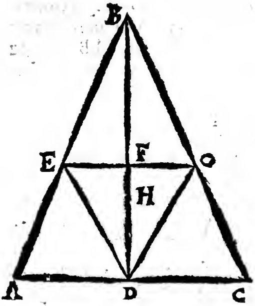


trian-

triangulum. Ex explicatis in proposit. prim. hoc triangulum E B A, & superficies conica ex B F A, circa A D, sunt magnitudines proportionaliter analogæ, &c. & centrum æquilibrij trianguli E B A, appensi secundum A D, ita diuidit A D, vt secatur à centro grauitatis superficiei conicæ. Sed centrum æquilibrij trianguli ita diuidit A D, vt pars terminata ad A, sit reliquæ dupla, vt patet. Ergo & sic diuidetur A D, à centro grauitatis superficiei conicę, basi excepta. Quod &c.

ALITER.

In schemate sequenti supponamus A B C, nobis repræsentare tam conum ortum ex rotatione trianguli A B D, circa B D, quam triangulum A B C, & conus intelligatur sectus circulo E F O, basi A D C, parallelo, & triangulum linea E O, parallela A C. Ex proposit. 14. Archim. lib. pri. de sphęr. & cylind. deducitur, & à Torricell. proposit. 10. lib. 1. de sphęra, & solidis sphęralibus, probatur, esse conicam superficiem A B C, ad conicam superficiem E B O, vt rectangulum B A D, ad rectangulum B E F (intellige tamen semper, demptis basibus.) Sed vt A B, ad B E, sic A D, ad E F. Ergo conica superficies A B C, ad conicam E B O, erit vt quadratum A D, ad quadratum E F; nempe vt triangulum A B C, ad triangulum E B O. Et hoc accidit semper vbicunque sint ducta planum E F O, & linea



E O. Ergo ſuperficies conica, & triangulum A B C, ſunt magnitudines proportionaliter analogæ. Ergo centrum grauitatis ipſarum ſecabit eodem modo B D. Sed centrum grauitatis trianguli A B C, quod ſit v. g. H, ſic diuidit B D, vt B H, ſit dupla H D. Quare & centrum grauitatis ſuperficiei conicæ. Quod &c.

PROPOSITIO VII.

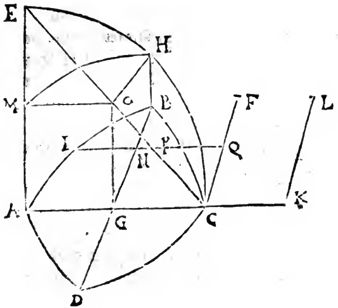
Centrum grauitatis perimetri coni, ſic diuidit eius diametrum, vt pars ad verticem terminata, ſit ad reliquam,

SIt ergo H, centrum grauitatis totius perimetri coni ABC. Dico BH, esse ad HD, vt tripla DC, cum dupla BC, ad BC. Sit F, centrum grauitatis superficiei conicæ ABC. Ergo ex proposit. anteced. BF, erit dupla FD. Cum ergo D, sit centrum grauitatis circuli ADC, erit reciprocè FH, ad HD, vt circulus ADC, ad superficiem conicam ABC. Sed circulus ad superficiem conicam, est vt quadratum DC, ad rectangulum DCB; nempe vt DC, ad CB. Ergo FH, ad HD, erit vt DC, ad CB. Et componendo, erit FD, ad DH, vt DC, cum CB, ad CB. Et antecedentium tripla; erit ergo BD, ad DH, vt tripla DC, cum tripla CB, ad CB. Et diuidendo, erit BH, ad HD, vt tripla DC, cum dupla CB, ad CB. Quod &c.

PROPOSITIO VIII.

Si super qualibet figura circa diametrum concipiatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte, per lineam parallelam diametro ductam, vel per extremitatem basis, vel extra, & per punctum in latere. Centrum æquilibrij superficiei cylindricæ alterutrius trunci appensi secundum lineam per quam planum transit, ità ipsam diuidit, vt diuiditur diameter à centro æquilibrij totius superficiei cylindricæ appensæ secundum figuram.

Su-



SVper figura ABC, circa diametrum BG, concipiatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte primo per CF, parallelam BG, ac ipsi æqualem, ductam ab extremitate basis AC, & per punctum in latere E. Dico superficiei cylindricæ AEBC (hanc enim dumtaxat intelligimus pro superficie cylindrica, & non figuram ABC, nec planum CEHC, nec triangulum AEC) appensæ secundum FC, centrum æquilibrij, ita secare FC, vt secatur BG, à centro æquilibrij totius superficiei cylindricæ totius cylindrici, nempe duplicatæ super-

ficiei

pensa secundum figuram A B C, sit eius centrum æquilibrij in B G, est adeò manifestum, vt pudeat circa hoc verba facere. Sit ergo N, hoc centrum æquilibrij. Patet non minus manifestè, si intelligamus appensam superficiem cylindricam A E B C, secundum figuram A B G, in aliquo ipsius puncto esse centrum æquilibrij talis superficiei. Sit hoc in linea N I. Quæ producatur indefinitè. Patet in ipsa esse centrum æquilibrij superficiei cylindrici alterius trunci dexteri cylindrici, qui truncus est intelligendus æqualis, & similis trunco A B C E, secundum omnia, sed erit inuersè positus. His explicatis. Dico lineam I P, esse parallelam A C. Non sit enim parallela, sed pars I N, sit propinquior ipsi A C. Vt diximus, manifestum est superficiem cylindricam A B C E, & superficiem cylindricam alterius trunci dexteri, esse similes, & æquales. Ergo si similiter appendantur, nempe secundum bases, habebunt centra æquilibrij similiter posita. Quod vtique non eueniet, nisi I P, sit parallela A C, centrum enim æquilibrij superficiei trunci dexteri, erit in basi opposita basi A B C, in linea opposita lineæ N P. Patet ergo, quod si superficies cylindrica appendatur secundum F C, æqualem B G, in puncto Q, erit F Q, ad Q C, vt B N, ad N G. Quod primo erat ostendendum.

Secundo, ne schemata multiplicemus, cogitemus pla-

planum secans transire per kL, & per E: hoc secabit etiam latus erectum à puncto C. Quod si per punctum talis sectionis intelligamus duci planum parallelum ABC; truncus sinistér prioris cylindrici diuidetur in cylindricum cuius oppositæ bases, ABC, & ducta per punctum sectionis lateris erecti à puncto C, & in truncum sinistrum cylindrici secti per tale punctum, & per E. Cum verò partium superficiei curuæ totius trunci sinistri appensæ secundum ABC, sint centra æquilibrij in IP; quia cylindrici in N, & trunci sinistri partis prioris trunci sinistri in IN. Erit superficiei curuæ totius in IN. Res est manifestissima geometrizanti. Quare propositum quo ad omnia liquet.

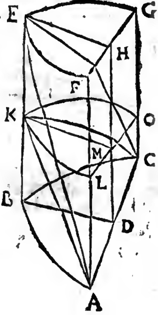
PROPOSITIO IX.

Cuiuscunque superficiei cylindricæ, exceptis basibus appensæ secundum basim, idem est centrum æquilibrij cum centro grauitatis perimetri basis.

Esto quilibet cylindricus ABCGEF, existens super basi ABC. Dico centrum æquilibrij totius superficiei ipsius, exceptis basibus ABC, FEG, appensæ secundum ABC, esse idem cum centro grauitatis perimetri ABC. Traiciatur enim vbilibet planum OkL, oppositis basibus parallelum. Perimeter OkL, est æqualis, similis, & similiter posita perimetro ABC. Ergo etiam harum centra

gra-

LKO. Ergo si ambæ perimetri ABC, LkO, intelligantur appensæ secundum figuram ABC, earum centrum æquilibrij idem erit cum centro grauitatis perimetri ABC. Idem probabitur de quacumque alia perimetro. Ergo idem punctum in ABC, erit centrum æquilibrij perimetrorum omnium parallelarum perimetro ABC. Et consequenter superficiei cylindricæ.



SCHOLIVM.

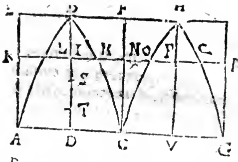
Licet autem ostensum sit de tota superficie cylindrica, tamen hoc in sequentibus non indigebimus, sed tantum de illa superficie cylindrica, de qua supra locuti sumus, nempe de ipsa excepto plano AFGC. Eodem enim modo probabimus, centrum æquilibrij ipsius appensæ secundum ABC, idem esse cum centro grauitatis perimetri ABC, excepta basi AC.

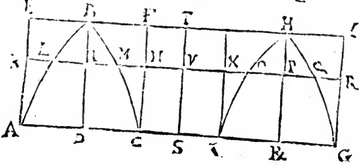
PROPOSITIO X.

Si quodlibet triangulum æquicrure voluatur circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem basis, vel extra. Centrum grauitatis superficiei annuli geniti, basi excepta, tam secundum totum, quam secundum partes diuidet axim annuli, vel partes axis correspondentes, bifariam.

SVpponamus in sequentibus schematibus, ABG, esse triangulum æquicrure, & intelligamus ipsum rotari circa F C, in prima figura, vel circa T S, in secun. Dico F C, T S, secari bifariam à centris grauitatis superficierum annulorum A B C H G, A B C Z H G, basibus exceptis. Quod si traiciantur plana L Q, basibus parallela, etiam FN, N C, T V, V S, pariter dicimus secari bifariam à centris grauitatis superficierum, quarum illæ sunt axes.

Probabitur prius in prim. fig. Super A B C, ergo triangulo intelligatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per F C, & per punctum in latere erecto à puncto A. Ergo ex proposit. 8. si superficies cylindrica trunci sinistri huius cylindrici intelligatur appensa secundum F C, v. g. in puncto N, ita erit F N, ad N C, vt est B I, ad I D (supponendo I, esse centrum æquilibrij superficiei cylindricæ existentis super lineis A B, B C.) Sed ex pro-





proposit. anteced. centrum æquilibrij superficiei cylindricæ existentis super AB, BC, est idem cum centro grauitatis linearum rectarum AB, BC, simul coniunctarum, quod vtique secat BD, bifariam, vt fusè videri potest ex ijs, quæ docuit Guldinus in lib. prim. centroba. cap. 3. proposit. 3. & vt naturaliter patet. Ergo etiam centrum æquilibrij illius trunci sinistri appensi secundum FC, secabit FC, bifariam. Sed ex dictis in proposit. pri. ita secatur FC, à

centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ trunci ſiniſtri, ſicuti ſecatur à centro grauitatis ſuperficiei annuli ABCHG, baſi ACG, excepta. Quare patet propoſitum.

In altero ſchemate probabitur ex ijſdem propoſitionibus; ſed planum ſecans cylindricum exiſtentem ſuper ABC, debet tranſire per TS, & per punctum in latere erecto à puncto A. Diſcurretur enim eodem modo, nempe ſic ſecari TS, à centro æquilibrij ſuperficiei trunci ſiniſtri, ſicuti ſecatur BD, à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ totius cylindrici. Etc.

De partibus etiam proportionalibus, patebit eodem modo. Nam, vt licuit intueri, tota res dependet ex centro grauitatis rectarum AB, BC, ſimul coniunctarum. Sicuti autem centrum grauitatis ipſarum ſecat BD, bifariam, ſic etiam centrum grauitatis rectarum LB, BM, ſecabit BI, bifariam; & centrum grauitatis rectarum AL, MC, ſecabit ID, bifariam, & ſic de omnibus alijs. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Immò facile deducetur, quod vtique non videtur ſpernendum, & eſt, quod ſemper dictæ ſuperficies ſecantur in proportione axium. V.g. ita erit ſuperficies ſegmenti ALMCOQG, in prima figura, ad ſuperficiem LBMOHQ, ſicuti eſt CN, ad NF,

& hoc

& hoc semper. Idem intelligatur in secunda figura. Hoc autem est nimis clarum, cum dependeat ex hoc, quod centrum grauitatis totius, & partium, sit semper in medio axis correspondentis.

Demonstrauimus superiorem propositionem ex omnibus suis principijs, vt ostenderemus totam seriem discursus; facilius, & breuius potuisset probari, iam ostensa sequenti propositione vniuersali.

PROPOSITIO XI.

Si quælibet figura circa axim voluatur, vt dictum est in antecedenti propositione. Centrum grauitatis superficiei genitæ excepta basi ita secabit axim ipsius, vt secatur axis figuræ genitricis à centro grauitatis ambitus ipsius, basi excepta, si basim habeat.

SIt ergo ABC, quælibet figura circa axim BG, siue hæc habeat basim AC, siue non habeat, (quod tunc contingeret quando figura ABC, esset duplicata ad partes AC in BADC.) Dico ita secari FC, vel Lk, à centro grauitatis superficierum annulorum genitorum, ex reuolutione ABC, circa FC, vel KL, basibus exceptis, sicuti secatur BG, à centro grauitatis ambitus ABC, excepta basi AC. Probabitur in primo annulo, & ex eius probatione patebit faciliter in secundo.

In primo ergo annulo patet faciliter. Nam super ABC, intellecto cylindrico recto secto diagona-

gonaliter plano transeunte per F C, & per punctum in latere E, vt sit A B C E, eius truncus sinister, ex proposit. 1. F T, secabitur in eodem puncto à centro grauitatis superficiei annuli, basi excepta , & à centro æquilibrij superficiei cylindricæ trunci appensæ secundum F C. Sed ex proposit. 8. ita secatur F C, à centro æquilibrij superficiei trunci, sicuti secatur B G, à centro æquilibrij superficiei cylindricæ cylindrici, nempe illius, quæ existit super lineis A I B, B P C: & ex proposit. 9. eodem modo secatur B G, à centro grauitatis linearum A I B, C P B, simul. Quare à primo ad vltimum patet propositum.

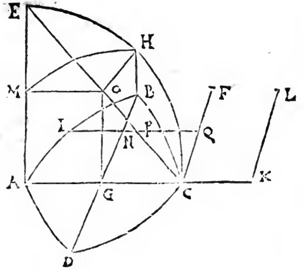
SCHOLIVM.

Patet ergo faciliter qualiter propositio 10. antecedens deducetur ex generali prop. 11. Immo ex hac prop. generali possumus rursum probare centrum grauitatis superficiei cylindricæ, basibus exceptis, secare eius axim bifariam; nam commune centrum grauitatis duorum oppositorum laterum parallelogrammi simul coniunctorum diuidit axim parallelogrammi bifariam.

PROPOSITIO XII.

Superficiei annuli siue stricti, siue lati, genitæ ex revolutione cuiusunque portionis circuli, modo supra explicato, centrum grauitatis in axe annuli inuenire.

Se-



SEquens propositio deducitur ex doctrina Guldini, quam habet in lib. pri. centroba. cap. 5. propos. 2. Supponamus in ant. schem. A B C, quamlibet portionem circuli, rotari, modo supra explicato. Oportet superficiei genitę, basi excepta, centrum grauitatis inuenire. Fiat vt circumferentia CPB, ad CG, dimidiam chordæ A C, sic semidiameter circuli ad aliam abscindendam à semidiametro incipiendo à centro, v. g. in nostro schemate supponentes ABC, esse semicirculum (quod enim in ipso dicetur verificabitur etiam in alijs portionibus) fiat vt circumfe-

ren-

rentia CPB, ad CG, ſemichordam CA, ſic BG, ſemidiameter ad GN, abſcindendam ſemper à centro verſus B. Dico quod ſi FC, vel alia circa quam fit reuolutio ſecetur in ratione BN, ad NG, punctum ſectionis erit centrum grauitatis ſuperficiei annuli. Patet, quia ex Guldino loc. cit. N, eſt centrum grauitatis peripheriæ ABC. Sed ex propoſ. anteced. ita ſecatur BG, à centro grauitatis peripheriæ ſicuti ſecatur axis, circa quem fit rotatio à centro ſuperficiei annuli, baſi excepta. Ergo patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Hæc ſunt, quæ vſque nunc nobis occurrerunt circa præſentem ſuperficierum curuarum materiam. Sunt vtique exiguiſſima pars illorum, quæ deſunt; attamen noluimus illa prætermittere. Etenim malluimus aliqua conſcribere, quam omnia ſub ſilentio relinquere. Peritiores geometræ obſtruſiora manifeſtabunt.

Finis Tertiæ Partis.

ME

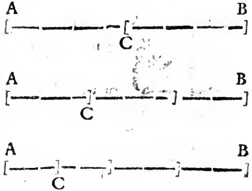
MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS QVARTA.

IN QVA ASSIGNANTVR MAXIMA inſcriptibilia in infinitis trilineis, & in infinitis conicis ex ipſis reuolutis tam circa axim, quam circa baſim.

NON aliter videtur terminandum Miſcellaneum præſens, quam fuerit abſolutum miſcellaneum noſtrum hyperbolicum, & parabolicum, quod paucis ab hinc menſibus euulgauimus. Impoſuimus finem miſcellaneo præfato maximis inſcriptibilibus, minimiſque circumſcriptibilibus infinitis parabolis, conoidibus, ac ſemifuſis parabolicis. Sed tunc temporis hæc doctrina de maximis, & minimis prout ad ſubiectum propoſitum attinebat, non fuit tradita omnibus numeris abſoluta: non enim locuti ſumus de maximis inſcriptibilibus in infinitis trilineis parabolicis, ac in infinitis conicis, tam ortis ex reuolu-

tione infinitorum trilineorum circa diametros, quam circa basim. Hæc intelligimus assignare in præsenti. Sed sicuti argumentum illud in præfato miscellaneo à doctrina quadam fæliciter explicata à peritissimo geometra Petro Paulo Carauaggio Mediolanensi exordium sumpsit, non secùs procedendum est in præsenti; sed doctrina illa aurea, quam habet in sua geometria applicationum, denuò est nunc recapitulanda, ac explicanda quantum ad negotium nostrum facessit: remittentes eum, qui plura desiderat, ad ipsius Carauaggij fontem. Probat ergo Carauaggius in opere citato. Omnium potestatum ad eandem rectam lineam applicabilium, deficientiumque potestatibus homogeneis, maximùm esse quod ad talem partem lineæ applicatur, quæ ad totam lineam sit vt vnitas ad exponentem potestatis. V.g. si sit applicandum parallelogrammum deficiens quadrato, hoc est ii AB, sit sic secanda in C, vt rectangulum ACB, sit omnium maximum, illorum, quæ fiunt à partibus BC, debet ipsa secari in C, bifariam. Si sit applicandum parallelepipedum deficiens cubo, &c. hoc est si AB, sit sic secanda in C, vt factum sub



AC,

A C, & ſub quadrato B C; ſit omnium maximum debet A C, eſſe tertiam partem A B. Si vero applicandum ſit planoplanum deficiens quadratoquadrato, nempe ſi ſit ſic A B, ſecanda in C, vt factum ſub A C, in cubum C B, ſit omnium maximum; A C, debet eſſe quarta pars A B. Hæc doctrina pariter fuit à nobis explicata loco citato vſque ad hunc terminum, quia pro ibidem dicendis, nobis ſufficiebat.

Nùnc verò vlteriùs procedendum eſt cum ipſo Carauaggio in opere citato. Probat enim ibidem hoc ſic accidere, vt explicatum eſt, quando applicatio lineæ eſt facienda. Subiungit poſtea in pagina tertiâ. *Cum vero applicabitur gradui altiori, tunc maxima applicatio continget in tot partibus datæ magnitudinis, cui ſit applicatio, quota ipſa eſt in ordine graduum, diuiſæ in tot partes, quota eſt applicanda magnitudo in ordine graduum; ideſt magnitudinis, cui ſit applicatio partes denominabit numerus graduum magnitudinis applicandæ; numerabit vero numerus graduum magnitudinis, cui ſit applicatio.* Hanc doctrinam exemplis explicat in pag. 4. Inquit ergo.

Maximum plano planum, quod applicatur dato plano deficiens plano plano ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plani duabus ex quatuor partibus, ideſt dimidio; & plano planum ſimile dato deficiens adiacet reliquis duabus ex quatuor partibus, ideſt dimidio.

Maximum plano planum, quod applicatur dato ſolido deficiens planoplano ſimili dato eſt id, quod applicatur dati ſolidi tribus ex quatuor partibus, & planoplanum ſimile dato deficiens adiacet reliquæ quartæ parti. Et in primo exem-

plo poſito in pag. 5. ait.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato plano deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plani duabus ex quinque partibus; & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquis tribus ex quinque partibus.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato ſolido deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati ſolidi tribus ex quinque partibus, & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquis duabus ex quinque partibus.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato plano plano deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plano plani quatuor ex quinque partibus; & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquæ quintæ parti. Et ſic procedendo.

Hæc omnia probat in progreſſu operis. Ex dicta ergo doctrina habemus, quod ſi quis iubeat ſic ſecare AB, v.g. in partes AC, CB, vt factum ſub quadratis AC, CB, ſit omnium maximum, AB, debere biſecari; quia tam AC, quam CB, debent continere duas ex 4. partibus AB. Si vero imperatum fuerit AB, ſic in C, diuidendam eſſe, vt factum ſub quadrato AC, & ſub cubo CB, ſit omnium maximum, AB, debet diuidi in 5, partes æquales, quarum duas contineat AC, reliquas CB. Si vero ſit ſic ſecanda, vt factum ſub quadrato AC, & ſub quadratoquadrato CB, ſit omnium maximum, AB, debet ſecari in 6, partes æquales, quarum duæ erit AC: & ſic in infinitum.

Sed

Sed huic Carauaggij doctrinæ aliquid aliud est addendum, vt intentum nostrum obtineamus; & est, quod non modo lineæ prædictæ sunt secandæ in antedictis punctis, vt obtineamus illa maxima facta, sed etiam ipsas in ijsdem punctis secandas esse quotiescunque iubeatur ipsas sic diuidere, vt maxima facta habeant ad prius facta imperatam rationem. Res clarius explicanda est. Diximus supra quod si AB, sit v. g. sic secanda in C, vt factum sub AC, & sub quadrato CB, sit omnium maximum, AC, debere esse tertiam partem CB: nunc dicimus, quod si AB, sit sic secanda in C, vt factum sub AC, v. g. & sub sesquialtero quadrati CB, sit omnium maximum, non secus, ac supra, AC, debere esse tertiam partem AB; & sic in alijs. Res est clara, quapropter ad propositiones accedamus. Sit ergo.

PROPOSITIO I.

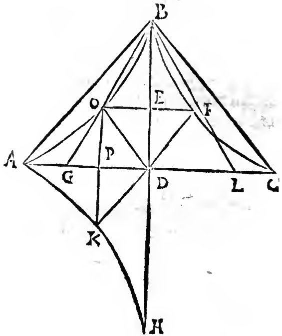
Triangulum maximum inscriptibile in quodlibet infinitorum trilineorum duplicatorum circa diametrum, est illud, cuius altitudo se habeat ad diametrum trilinei, vt vnitas ad numerum trilinei vnitate auctum.

ABC, sit quodlibet ex infinitis trilineis duplicatis circa diametrum BD, DE, vero se habeat ad DB, vt vnitas ad numerum trilinei vnitate auctum, & per O, ducatur OEF, parallela AC, ac constituatur triangulum ODF. Assero, hoc esse

ma-

maximum inſcriptibilium in trilineo A B C. Ducatur recta A B, & fiat A D, ad D G, vt numerus trilinei vnitate auctus ad binarium; & ducatur B G. Quoniam vt A D, ad D G, ſic triangulum A B D, ad triangulum G B D; ergo etiam triangulum A B D, erit ad triangulum G B D, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Sed ex ſchol. pri. propoſ. 1. lib. 1. etiam A B D, triangulum, eſt ad trilineum A B D, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Ergo trilineum A B D, & G B D, triangulum, erunt æqualia. Ergo hæc ad triangulum O D E, habebunt eandem rationem. Sed ratio trianguli G B D, ad triangulum O D E, componitur ex rationibus G D, ad O E, & B D, ad D E. Ergo etiam ratio trilinei A B D, ad triangulum O D E, componetur ex iiſdem rationibus. Sed vt G D, ad O E, ſic A D, ad lineam, quæ ad O E, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium; & quia ex geneſi infinitarum parabolarum in cit. 1. propoſit. explicata, eſt vt A D, ad O E, ſic poteſtas D B, eiuſdem gradus cum trilineo, ad ſimilem poteſtatem O E; erit & vt A D, ad lineam, quæ ad O E, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium, ſic poteſtas D B, eiuſdem gradus cum trilineo, ad homogeneam poteſtatem, quæ ſe habeat ad homogeneam poteſtatem B E, vt numerus vnitate auctus ad binarium. Ergo ratio trilinei A B D, ad triangulum O D E, & conſequenter trilinei A B C, ad triangulum O D F, componetur ex ratione poteſtatis D B, ad dictam poteſtatem,

quæ



quæ ad poteſtatem B E, ſe habeat in prædicta ratione, & ex ratione D B, ad D E. Sed ex prædictis rationibus componitur quoque ratio poteſtatis D B, vno gradu altioris poteſtate trilinei, ad factum ſub D E, & ſub poteſtate, eiuſdem gradus cum trilineo, quæ ad poteſtatem homogeneam B E, ſe habeat vt numerus eius vnitate auctus, ad binarium; & ex doctrinis ſupra explicatis, præcipuè in fine, maximum tale factum ex præfatis partibus D B, eſt illud, quando D E, ſe habet ad E B, vt vnitas ad numerum; & conſequen-

sequenter ad totam DB, vt vnitas, ad numerum vnitate auctum. Quare patet etiam triangulum ODF, esse maximum inscriptum in trilineo ABC. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Ex progressu autem demonstrationis patet, trilineum ad triangulum maximum sibi inscriptum, esse in primo trilineo, vt quadratum DB, ad rectangulum DEB. In secundo, vt cubus DB, ad factum sub DE, in sesquialterum quadrati EB. In tertio vt quadratoquadratum DB, ad factum sub DE, in duplum cubi EB. Et sic in infinitum, adeo vt partes potestatis EB, se habeant ad potestatem BE, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Quapropter patet in numeris posse exprimi rationem vniuscuiusque trilinei ad maximum triangulum sibi inscriptum. In primo enim, nempe in triangulo, erit vt 4. ad 1. In quadratico vero, quoniam qualium DB, est 3. DE, est 1. BE, 2. erit cubus DB, 27. Sed quoniam quadratum BE, est 4. eius sesquialterum erit 6. cum autem DE, sit 1. erit etiam factum sub DE, & sub sesquialtero quadrati BE, 6. Ergo trilineum ad triangulum erit vt 27. ad 6. nempe vt 9. ad 2. In tertio DB, est 4. BE, 3. DE, 1. quadratoquadratum DB, est 256. cubus BE, est 27. eius duplus, & consequenter factum sub DE, in eum, est 54. Ergo trilineum erit ad triangulum vt 256, ad 54. Seu vt

128.

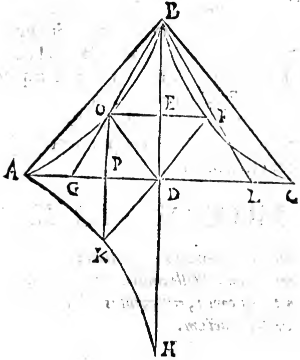
128. ad 27. Et sic in alijs fas erit exprimere numero dictas rationes.

Trilineum B A D, intelligatur duplicari in B A H, & ducatur O K, parallela B H, & intelligatur triangulum O k D. Patet hoc æquale esse triangulo O D F. Cum ergo etiam trilineum ABC, sit æquale trilineo B A H, patet O k D, esse maximum etiam triangulum inscriptum intra trilineum duplicatum circa basim A D.

PROPOSITIO II.

Conus maximus inscriptibilis in quolibet ex infinitis conicis circa diametrum, est ille cuius diameter se habeat ad diametrum totius conici, vt vnitas ad duplum numerum conici vnitate auctum.

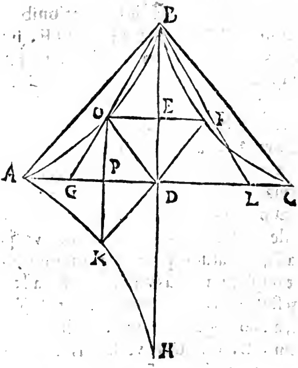
ESto A B C, quilibet ex infinitis conicis ortus ex reuolutione trilinei A B D, circa diametrum B D, & in ipso sit inscriptus conus O D F, cuius basis O F, sit parallela A C, & cuius diameter seù axis D E, se habeat ad D B, vt vnitas, ad duplum numerum conici vnitate auctum. Dico hunc esse maximum &c. Intelligatur etiam conus A B C, & sit vt duplus numerus conici vnitate auctus ad ternarium, sic quadratum A D, ad quadratum D G; & intelligatur conus G B L. Cylindrus triplus coni A B C, se habet ex schol. 3. propos. 14. lib. 2. ad conicum A B C, vt duplus numerus conici



vnitate auctus ad vnitatem; ergo conus ABC, se habebit ad conicum ABC, vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Cum autem factum sit in eadem ratione quadratum AD, ad quadratum DG, & in tali ratione sit etiam conus ABC, ad conum GBL, sequitur conicum ABC, & conum GBL, æquales esse. Quare ad conum ODF, habebunt eandem proportionem. Sed ratio coni GBL, ad conum ODF, componitur ex rationibus quadrati GD, ad OE, quadratum & lineæ DB, ad

DE.

DE. Ergo etiam ratio conici ABC, ad conum ODF, componetur ex ijſdem rationibus. Sed vt quadratum GD, ad quadratum OE, ſic quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, ſit vt duplus numerus conici vnitate auctus ad ternarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ijſdem rationibus. Sed quoniam ex natura trilineorum, eſt vt AD, ad OE, ſic poteſtas DB, eiuſdem gradus cum conico ad ſimilem poteſtatem BE. Ergo vt quadratum AD, ad quadratum OE, ſic poteſtas DB, cuius numerus ſit duplus numeri conici ad ſimilem poteſtatem BE. Ergo & vt quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, ſe habeat vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium, ſic poteſtas DB, cuius numerus ſit duplus numeri conici, ad homogeneum, quod ad homogeneam poteſtatem BE, ſe habeat vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ratione harum poteſtatum, & ex ratione DB, ad DE. Sed ex his rationibus componitur quoque ratio poteſtatis DB, cuius numerus ſit duplus vnitate auctus numeri conici, ad factum ſub DE, & ſub tali poteſtate cuius numerus ſit duplus poteſtatis conici, quæ ſe habeat ad ſimilem poteſtatem BE, vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Ergo conicus ad conum ſe habebit vt dicta poteſtas DB, ad factum ſub partibus DB, prædicto modo. Sed ex doctrina explicata ſuperius habemus, maximum factum ſub partibus BD, eſſe illud,



quando DE, se habet ad EB, vt vnitas ad duplum numerum,& ad totam DB, vt vnitas ad duplum numerum vnitatę auctum. Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Etiam in præsenti ex progressu demonstrationis patet, conicum ad conum esse in primo conico, vt cubus DB, ad factum sub DE, & sub quadrato BE. In secundo vt quadrato cubus DB, ad factum sub DE,

... ad 3. in tertio vt quadra-
toquadrato cubus DB, ad factum sub DE, & sub tali cubo cubo, qui ad cubo cubum BE, sit vt 7. ad 3. Et sic in infinitum. Quare patet etiam nunc in numeris posse exprimi has rationes: Primus enim conicus ABC, erit ad conum ODF, vt 27. ad 4; quia qualium DB, est 3. DE, est 1. BE, 2. cubus DB, est 27. & factum sub DE, in quadratum BE, est 4. In secundo qualium DB, est 5. DE, est 1. BE, 4. quadrato cubus DB. est 3125. quadratoquadratum BE, est 256. & quadratoquadratum se habens ad ipsum vt 5. ad 3. est 426. $\frac{2}{3}$. Ergo conicus ad conum erit vt 3125. ad 426. $\frac{2}{3}$. Et sic similiter discurrendo in alijs.

PROPOSITIO III.

Conus maximus inscriptibilis in quolibet conico circa basim, est ille, cuius radius basis se habet ad totam diametrum trilinei genitoris, vt binarium ad numerum conici binario auctum.

ESto quodlibet trilineum ABD, cuius diameter AD, basis DB, & DP, sit ad DA, vt binarium ad numerum conici binario auctum, & per P, ducantur PO, parallela BD, OE, parallela AD, & OD; intelligamus trilineum ABD, cum triangulo ODE, rotari circa BD. Dico conum ODF, inscri-

scriptum in conico ABC, esse maximum omnium inscriptibilium. Sit quadratum AD, ad quadratum DG, vt rectangulum contentum sub numero parabolæ aucto vnitate, & sub numero parabolæ aucto binario ad senarium; nempe in pri. vt 6. ad 6. in sec. vt 12. ad 6; in ter. vt 20. ad 6. &c. & intelligantur coni ABC, GBL. Ergo conus ABC, erit ad conum GBL, in dicta ratione, quia sunt vt bases. Quoniam verò cylindrus triplus coni ABC, est conuertendo, ex sec. p. prop. 15. lib. 2. ad conicum ABC, vt prædictum rectangulum ad binarium, erit conus ABC, eius tertia pars, ad dictum conicum, vt dictum rectangulum ad senarium. Ergo conicus ABC, & conus GBL, erunt æquales. Ergo ad conum ODF, erunt in eadem ratione. Porrò ratio coni GBL, ad conum ODF, componitur ex ratione quadrati GD, ad quadratum OE, & ex ratione BD, ad DE. Ergo etiam ratio conici ad conum ODF, componetur ex iisdem rationibus. Ast vt quadratum GD, ad quadratum OE, sic quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, seu PD, sit vt rectangulum contentum sub numero vnitate aucto, & sub numero binario aucto, ad senarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex tali ratione, & ex ratione BD, ad DE. Sed ex natura infinitarum parabolarum, est BD, ad DE, vt potestas DA, eiusdem gradus cum conico, ad similem potestatem AP. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ratione quadrati AD, ad quadratum, quod ad quadratum DP, sit vt ante-

dictum

... gradus cum conico, ad similem poteſtatem AP; nempe erit ad ipſum, vt poteſtas AD, duplici gradu altior poteſtate conici, ad factum ſub poteſtate AP, eiuſdem gradus cum conico, & ſub quadrato, quod ad quadratum DP, ſit in dicta ratione. Sed ex doctrina explicata initio huius partis, maximum factum ſub partibus AD, eſt quando DP, eſt ad PA, vt binarium, ad numerum conici, & ad AD, vt binarium ad numerum binario auctum. Quare conus ODF, erit maximus &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex demonſtratis patet, conicum ABC, eſſe ad conum ODF, in prim. coni. vt cubus DA, ad factum ſub AP, in quadratum DP. In ſec. vt quadratoquadratum AD, ad factum ſub quadrato AP, & ſub duplo quadrati PD. In tert. vt quadrato cubus AD, ad factum ſub cubo AP, & ſub tali quadrato, quod ad quadratum PD, ſit vt 10. ad 6. & ſic in alijs.

In numeris ergo etiam in præſenti licebit exprimere rationem conici ad conum. In pri. enim, nempe in cono, iam ſcimus eſſe vt 27. ad 4. In ſec. Qualium AD, eſt 4, talium vtraque DP, PA, ſunt duo. Quadratoquadratum AD, eſt 256. quadratum AP, eſt 4. duplum quadrati PD, eſt 8. factum ſub quadrato AP, in duplum quadrati PD, eſt 32. Ergo conicus erit ad conum vt 256, ad 32. nempe vt 8. ad

1. In

1. In tertio, qualium AD, est 5. talium DP, est 2. AP. 3. quadratocubus AD, est 3125. cubus AP, est 27. quadratum DP, est 4. quadratum, quod ad ipsum sit vt 20. ad 6. est 13. $\frac{1}{3}$. factum sub cubo AP, in ipsum, est 360. Ergo tertius conicus erit ad maximum conum sibi inscriptum, vt 3125. ad 360. nempe vt 625. ad 72.

Pro quarta vice sufficiat hæc tibi proposuisse legenda benigne lector. Alia expecta, quæ fortassis tibi communicabimus quamprimum. In nullo nostro opere antea elaborato conscripsimus tabellam corrorum, nec ergo in præsenti intelligimus à nostra discedere consuetudine, sed illos tuæ remittimus humanitati, & diligentiæ. Vale.

FINIS.